

Pole magnetyczne

Dr hab. Maciej Czapkiewicz

Instytut Elektroniki, paw. C-1, pok.321

czapkiew@agh.edu.pl

<http://layer.uci.agh.edu.pl/M.Czapkiewicz/dydaktyka>

Magnetyzm



800 lat p.n.e., Grecy: magnetyt Fe_3O_4 przyciąga żelazo

1269, Pierre de Maricourt: wir pola magnetycznego, bieguny

~1300, kompas (busola) w Europie, wcześniej w Chinach

1600, William Gilbert: Ziemia jest magnesem

1819, Hans Christian Ørsted: prąd kręci igłą kompasu

1827, André-Marie Ampère: prawa elektromagnetyzmu

M. Faraday i J. Henry: indukcja magnetyczna

1856, James Clerk Maxwell: polowy opis elektromagnetyzmu

1887, Heinrich Hertz: fale radiowe

1897, Joseph John Thomson: pole B działa na elektrony

1892, Hendrik Lorentz: relatywistyka

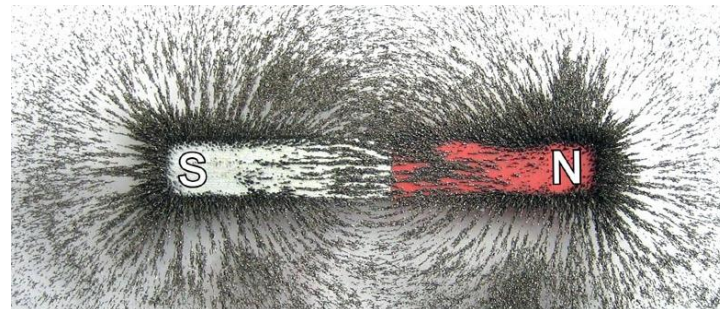
1905, Albert Einstein: unifikacja pola E i B



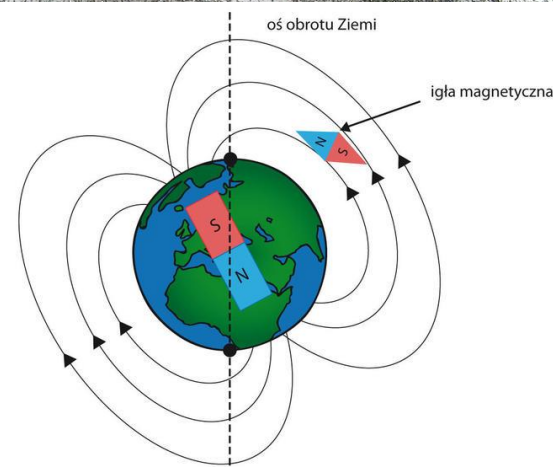
Pole magnetyczne jest polem wirowym



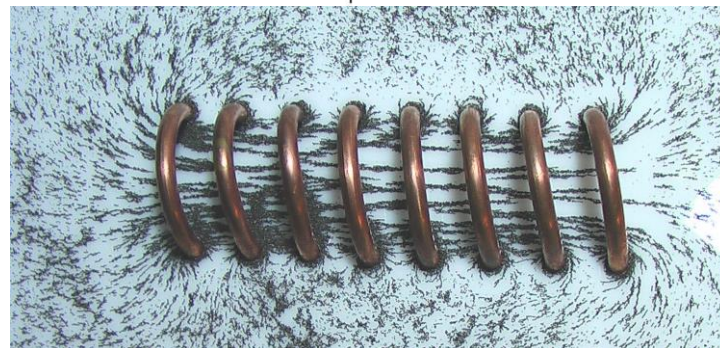
➤ Magnes trwały



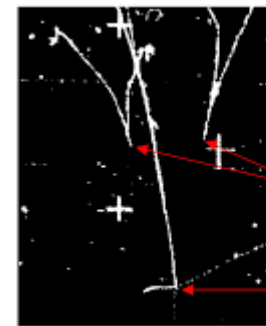
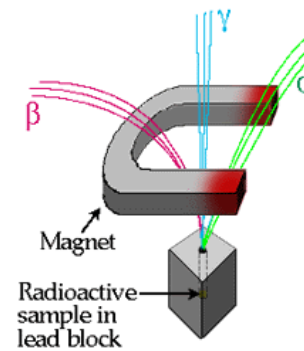
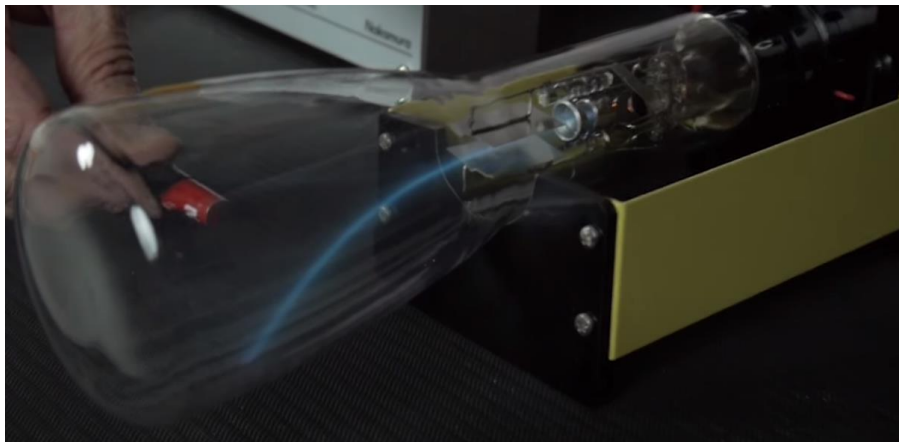
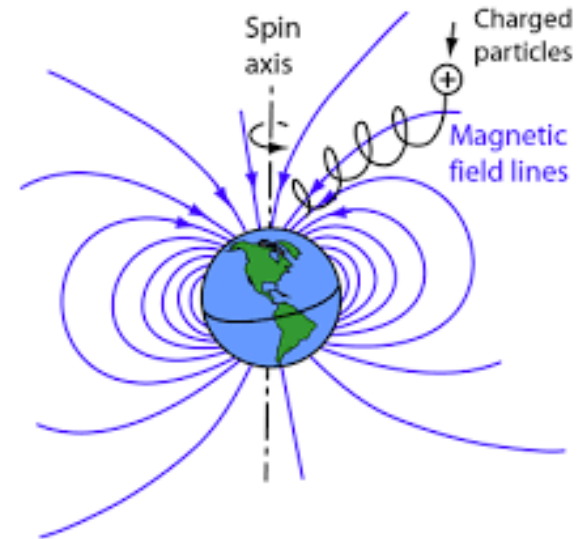
➤ Ziemia to magnes



➤ Cewka



Pole magnetyczne działa na ładunki



kreacja pary elektron - pozyton

punkt zderzenia wysokoenergetycznej cząstki z jądrem atomowym

<https://www.youtube.com/watch?v=RqSode4HZrE>



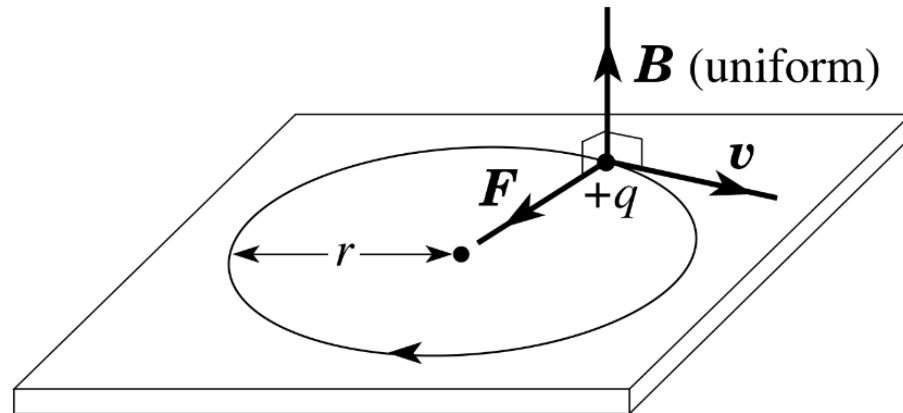
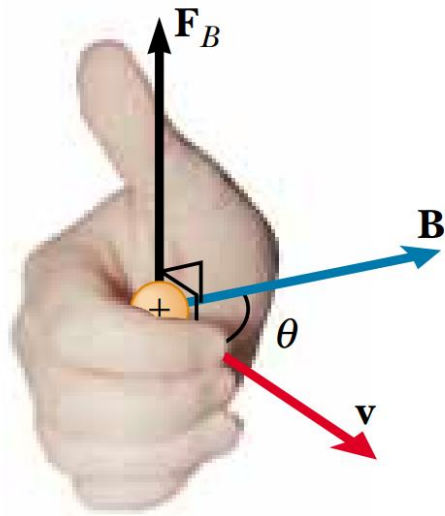
Siła Lorentza

Na poruszający się w polu magnetycznym ładunek q działa siła:

$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \text{ [N]}$$

Indukcja pola magnetycznego \mathbf{B}

$$\left[\text{T} = \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{C} \cdot \text{m}} = \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} = \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \right]$$



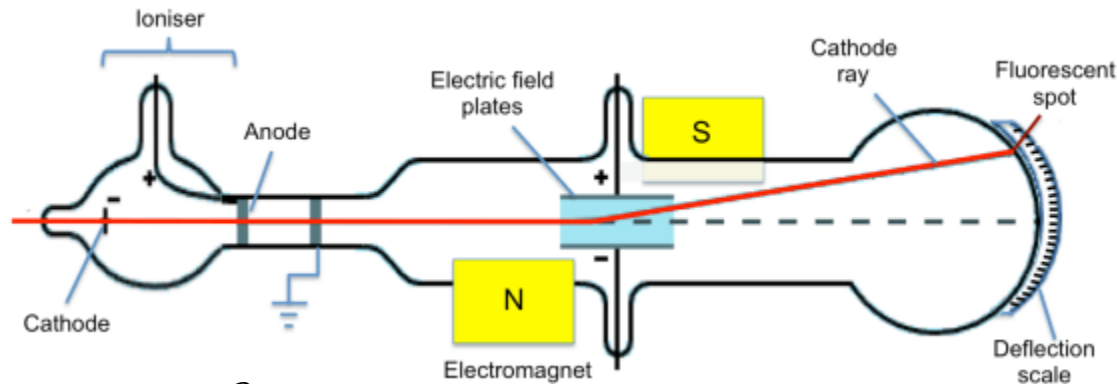
Siła Lorentza jest prostopadła do prędkości (bo iloczyn wektorowy)

Doświadczenie J.J. Thomsona



Skrzyżowane pola **E** i **B** działają w tym samym kierunku

$$\mathbf{F}_w = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} + q\mathbf{E}$$



$$eU = \frac{mv^2}{2}$$

więc

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

Pole **E** i **B** takie, aby elektrony leciały prosto:

$$e\mathbf{v} \times \mathbf{B} - e\mathbf{E} = 0$$

$$\frac{e}{m} = \frac{E^2}{2UB} = 17.56 \cdot 10^{10} \left[\frac{\text{C}}{\text{kg}} \right]$$

Zastosowania siły Lorentza



Spektrometr masowy

Rozpędzamy cząstki w polu E:

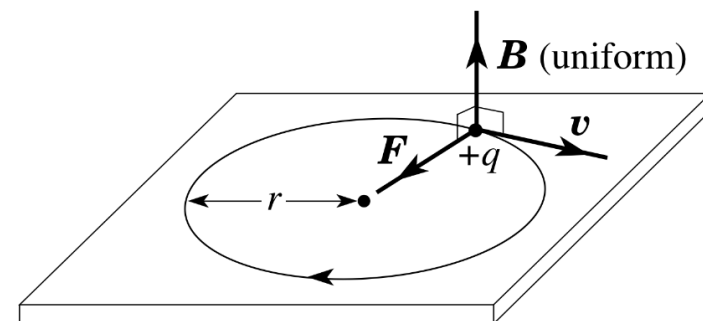
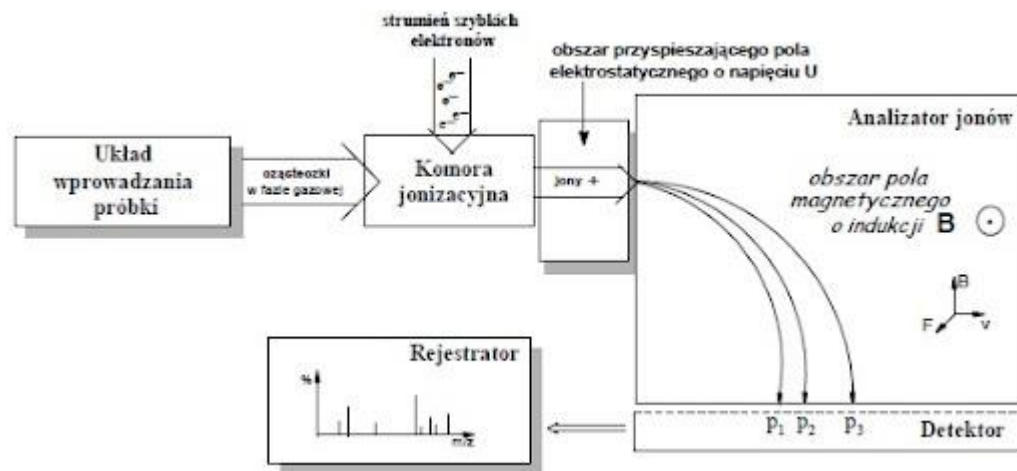
$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

Siła Lorentza to siła odśrodkowa

$$\frac{mv^2}{r} = q \cdot v \cdot B$$

$$r = \sqrt{\frac{m \cdot 2U}{q \cdot B^2}}$$

Można odróżnić jony o różnym m/q





Zastosowania siły Lorentza

Cyklotron: wielokrotne rozpędzanie cząstki

Siła Lorentza to siła odśrodkowa

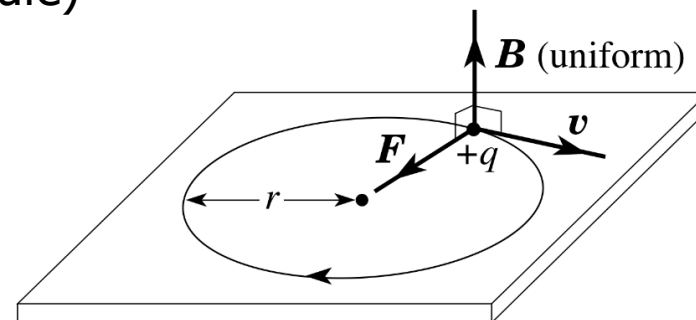
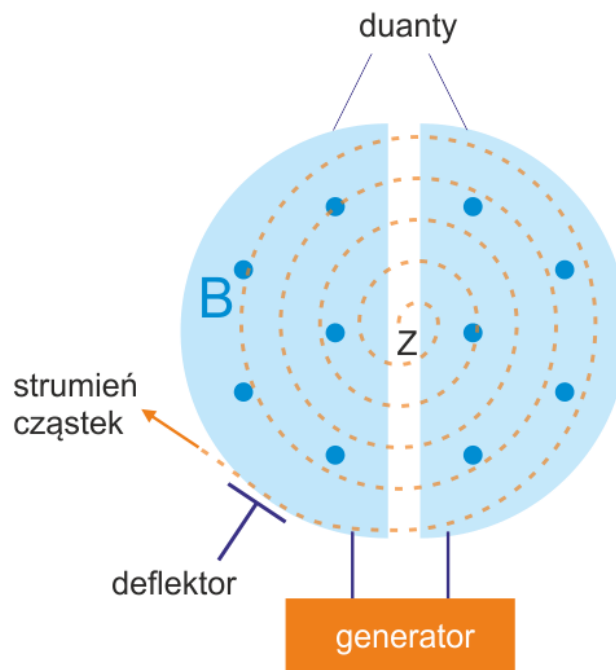
$$\frac{mv^2}{r} = q \cdot v \cdot B$$

Stąd częstość cyklotronowa

$$\frac{v}{r} = \omega = \frac{q \cdot B}{m}$$

Zależy od q/m , a nie od prędkości (jeśli m stałe)

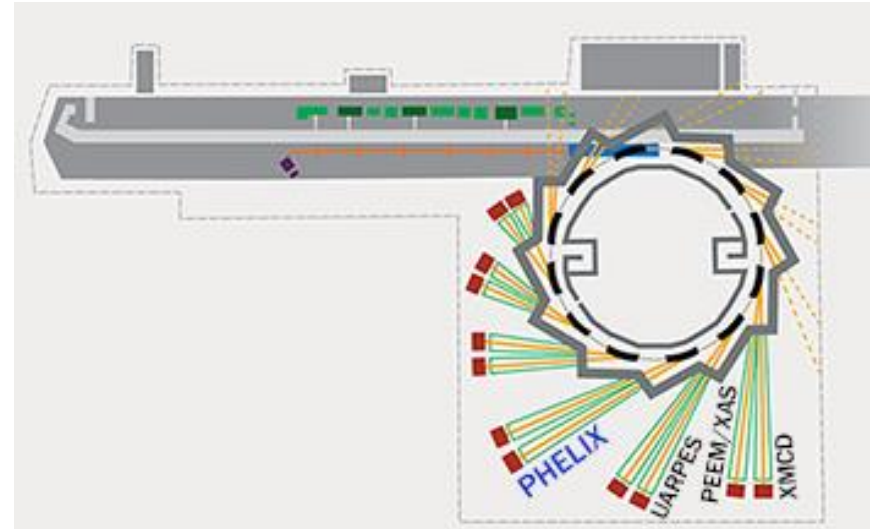
Dla dużych prędkości: cyklosynchrotron



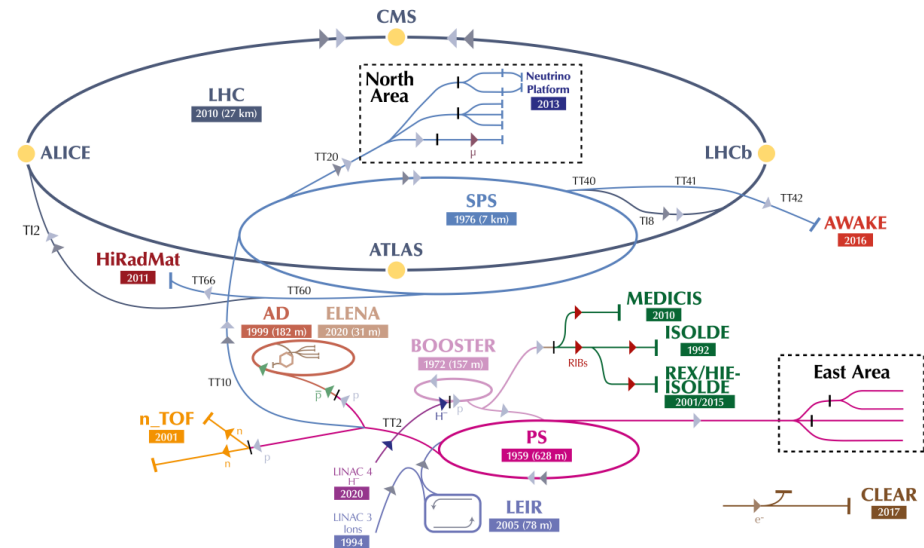
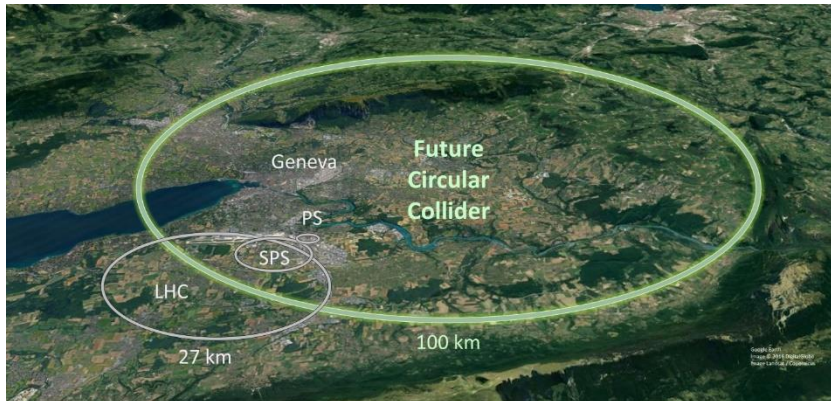
Zastosowania siły Lorentza



Synchrotron, Kraków



LHC, Genewa

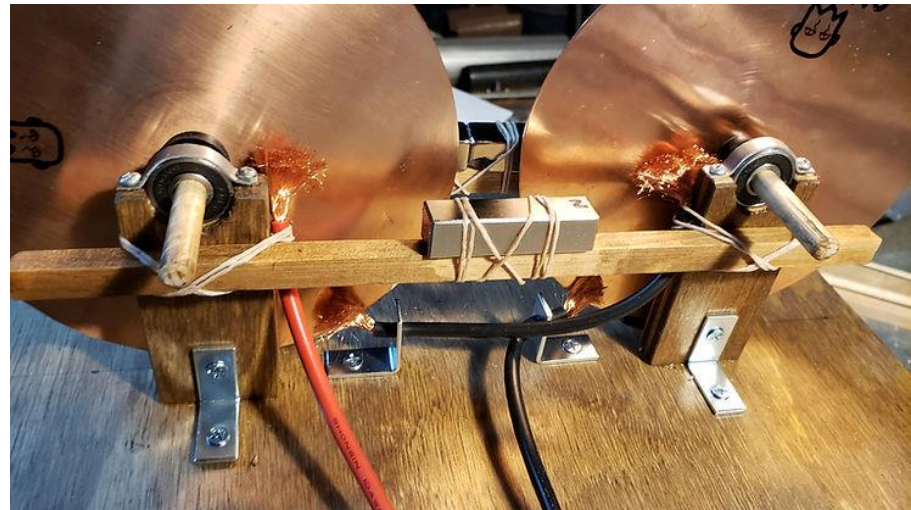
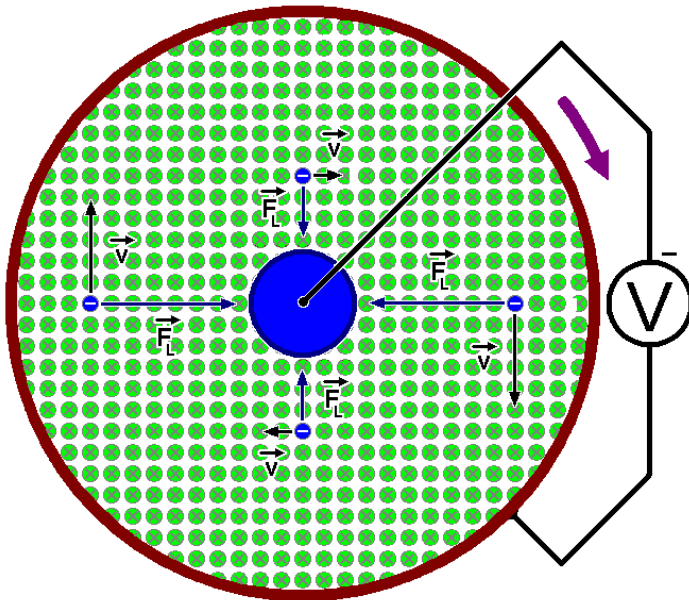


Zastosowania siły Lorentza



Generator homopolarny Faradaya

Wirujący dysk miedziany w polu magnetycznym generuje stałe napięcie



Qniemiec - CC BY-SA 4.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=105392740>



Zastosowania siły Lorentza

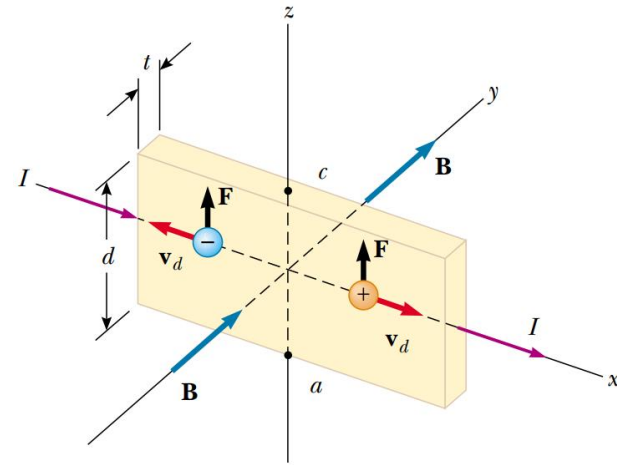
Efekt Halla

Powstawanie poprzecznego napięcia

Pod wpływem pola magnetycznego

Działającego na płytkę przewodnika

lub półprzewodnika



$$e\mathbf{v}_d \times \mathbf{B}_y - e\mathbf{E}_z = 0$$

$$E_z = B_y \cdot v_d = U_H/d$$

Prędkość unoszenia $v_d = \frac{j}{n \cdot e} = \frac{J}{n \cdot e \cdot d \cdot t}$

Napięcie Halla proporcjonalne do składowej prostopadłej indukcji \mathbf{B}

$$U_H = \frac{J}{n \cdot e \cdot t} B_y = R_H \frac{J}{t} B_y$$



Zastosowania siły Lorentza

Efekt Halla

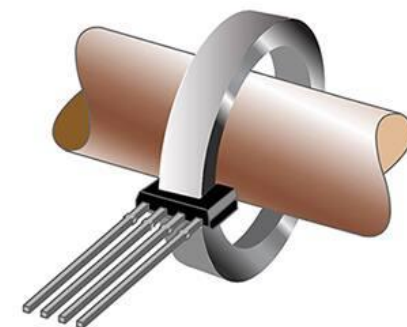
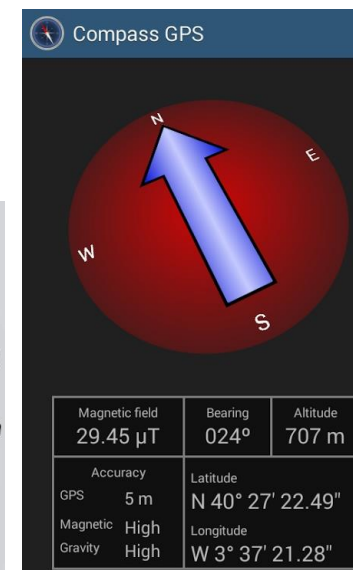
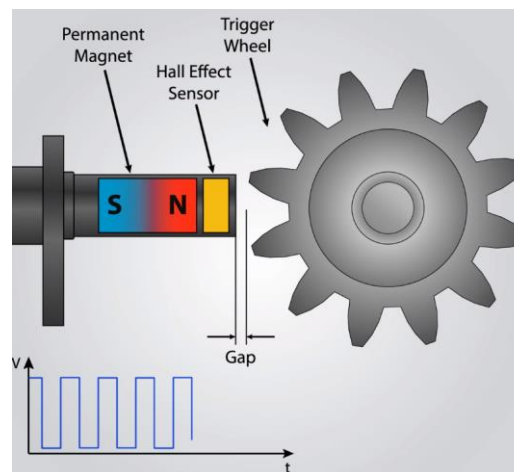
Stała Halla odwrotnie proporcjonalna do gęstości ładunków.

Hallotrony zbudowane są zazwyczaj z półprzewodników.

$$R_H = \frac{1}{n \cdot e} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{C}} \right]$$

Zastosowania hallotronów:

- Pomiar pola magnetycznego
- Bezkontaktowa detekcja pola magnetycznego
- Bezkontaktowy pomiar prądu, w tym prądu stałego

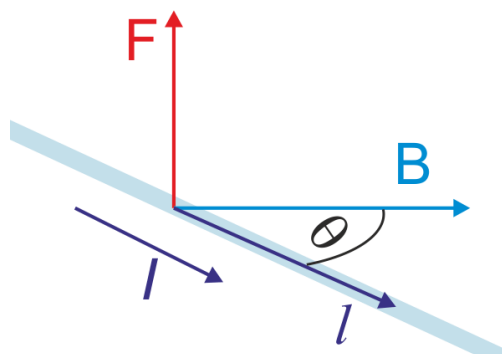




Zastosowania siły Lorentza

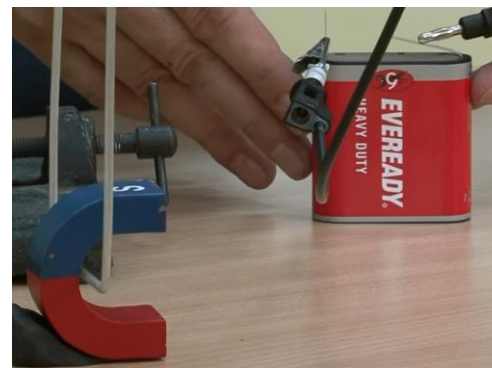
Siła elektrodynamiczna

Siła działająca na przewodnik z prądem.



$$J = n \cdot e \cdot \bar{v} \cdot S = q \frac{q}{S \cdot l} \cdot \bar{v} \cdot S$$

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = J(\mathbf{l} \times \mathbf{B})$$



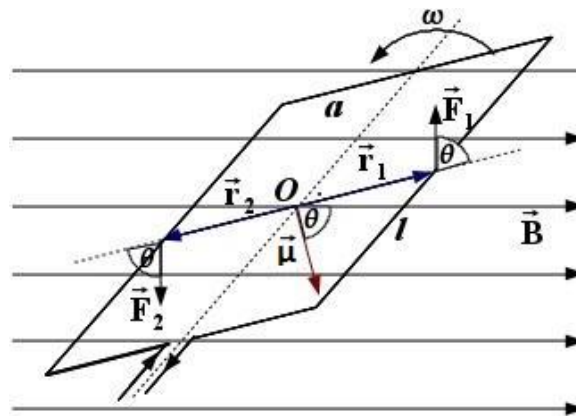
<https://youtu.be/w6-lrGZbArw?t=39>

Siła elektrodynamiczna



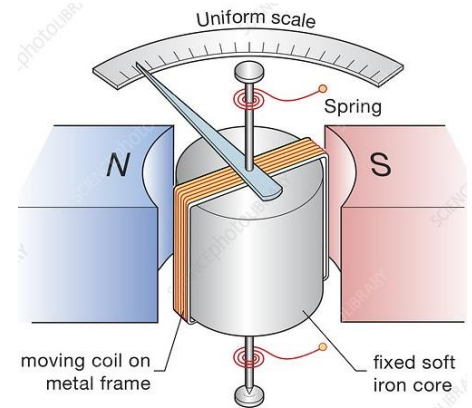
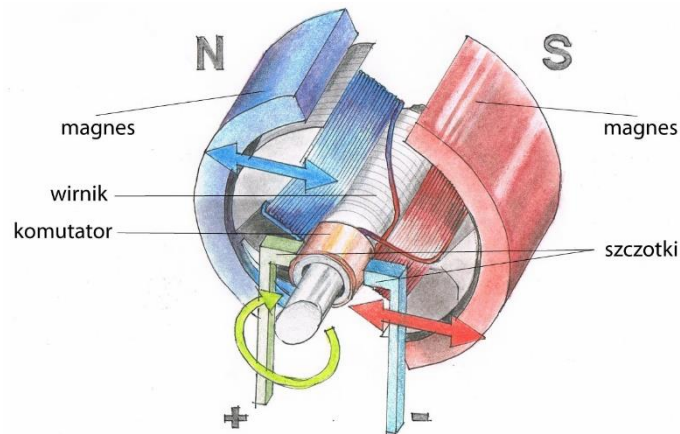
Na ramkę z drutu, w którym płynie prąd, działa moment siły:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times (J\mathbf{l} \times \mathbf{B}) = J\mathbf{S} \times \mathbf{B} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$$



Magnetyczny moment dipolowy [Am²]

**Zamiana energii
elektrycznej
w siłę mechaniczną**





Skąd się bierze pole magnetyczne?

- Prąd elektryczny
- Ferromagnetyzm

Właściwości magnetyczne materii...

Elektron posiada moment dipolowy związany z jego skwantowanym spinem:

$$\mu_s = \frac{e}{m_e} S$$

Paramagnetic vs Diamagnetic

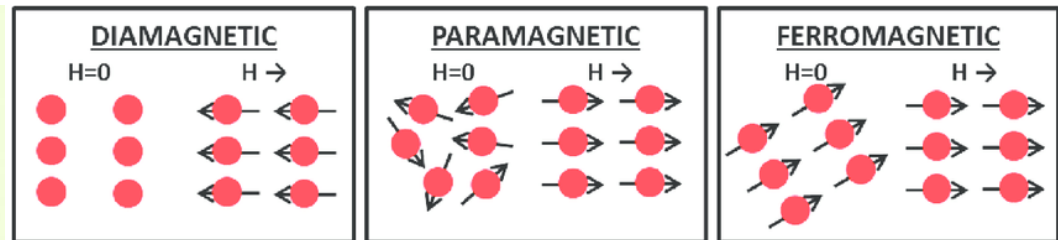
Paramagnetic

- Unpaired electrons
- Attracted to a magnetic field

Diamagnetic

- Paired electrons
- Repelled by a magnetic field

All materials are diamagnetic, but in atoms with unpaired electrons, paramagnetism overcomes diamagnetism. sciencenotes.org



Ferromagnetyk może posiadać niezerowy moment magnetyczny bez pola (magnes trwały)

Skąd się bierze pole magnetyczne?



➤ Prawo Biota-Savarta

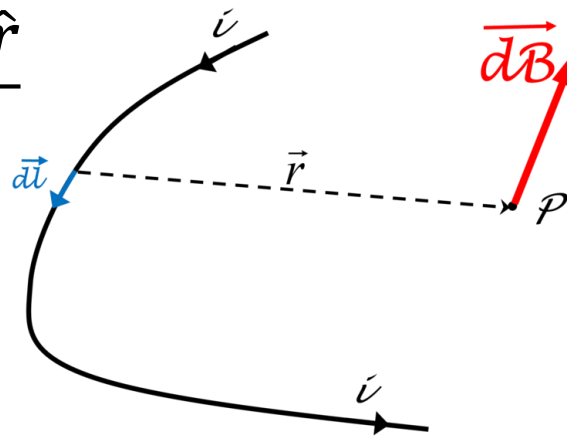
Poruszający się ładunek wytwarza pole magnetyczne

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\mathbf{v} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$



Ale ruch ładunku to prąd. Przyczynek do pola magnetycznego wytwarzanego przez fragment przewodnika, przez który płynie prąd J :

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} J \frac{d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$



Luis Goitandia Wikimedia commons

Przenikalność magnetyczna próżni:

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \left[\frac{\text{H}}{\text{m}} \right] = 12.566... 10^{-7} \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right]$$



Prawo Biota-Savarta, przykład

- Pole generowane przez prąd w pętli przewodnika, w osi pętli

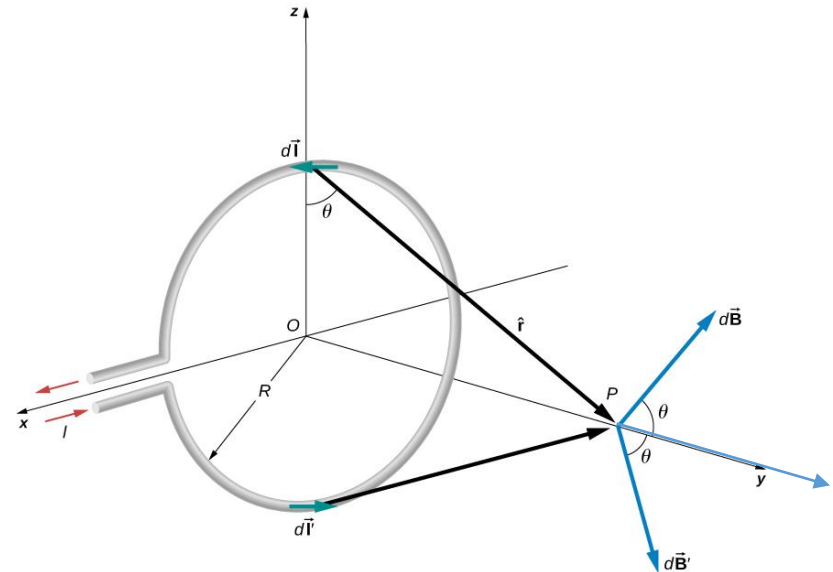
$$\mathbf{B} = \int d\mathbf{B}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} J \frac{dl \cdot 1}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{J}{R^2 + y^2} dl$$

$$dB_y = dB \cdot \cos\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + y^2}} dB$$

$$B_y = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{RJ}{\sqrt{R^2 + y^2}^3} dl = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2}{\sqrt{R^2 + y^2}^3} J$$

Dla bardzo odległych y : $B_y \approx \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2}{y^3} J = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mu}{y^3}$



Magnetyczny moment dipolowy



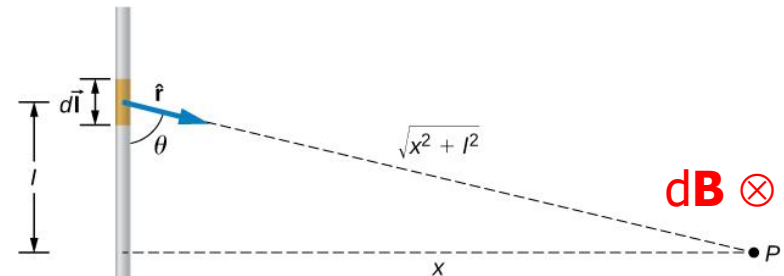
Prawo Biota-Savarta, przykład

➤ Pole generowane przez prąd w prostym długim przewodniku

$$\mathbf{B} = \int d\mathbf{B} = \int \frac{\mu_0}{4\pi} J \frac{d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} J \frac{-dl \cdot \sin\theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} J \frac{\sin\theta \cdot d\theta}{x}$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi x} J \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \cdot d\theta = \frac{\mu_0}{4\pi x} J (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$



$$\text{ctg}\theta = l/x \quad l = x \text{ctg}\theta$$

$$dl = -\frac{x}{\sin^2\theta} d\theta = -\frac{r^2 d\theta}{x}$$

$$\sin\theta = x/r$$

Dla nieskończonego przewodnika całkujemy od 0 do π

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi x} J$$



Oddziaływanie dwóch przewodników



Dwa równoległe przewodniki w odległości a

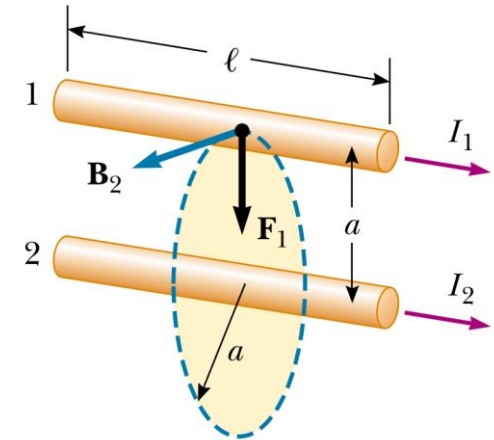
Pole generowane przez przewodnik 2:

$$B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi a} J_2$$

Siła działająca na przewodnik 1:

$$F_1 = J_1 l B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{l}{a} J_1 J_2$$

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right]$$

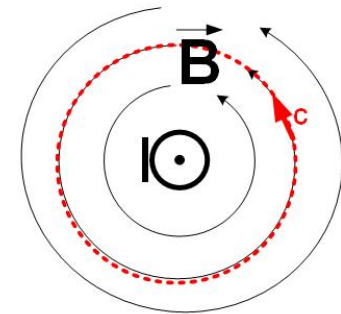
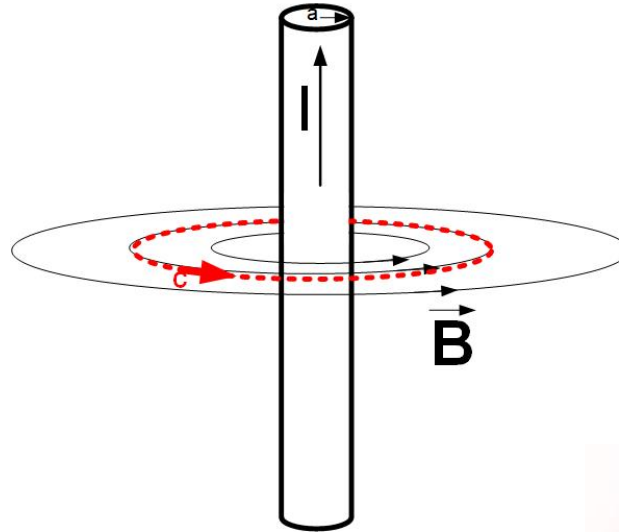
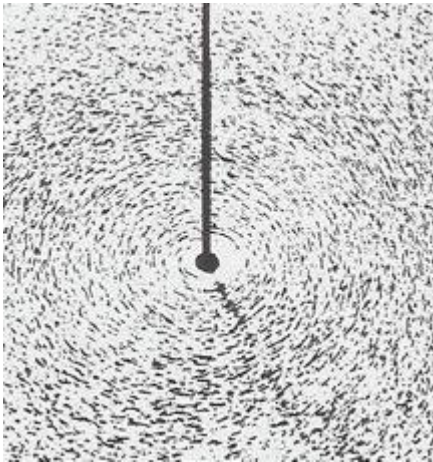


Definicja 1 Ampera (do 2019): prąd płynący przez druty odległe od 1 m, wytwarzający siłę $2 \cdot 10^{-7}$ N na każdy metr bieżący długości drutów.

Prawo Ampera



Pole magnetyczne wokół przewodnika (i nie tylko) jest polem wirowym



$$\oint_C \mathbf{B} \circ d\mathbf{l} = \mu_0 J$$



Krażenie pola magnetycznego po **dowolnym** zamkniętym konturze jest proporcjonalne do prądów przechodzących przez płaszczyznę tego konturu



Prawo Ampera – zastosowania

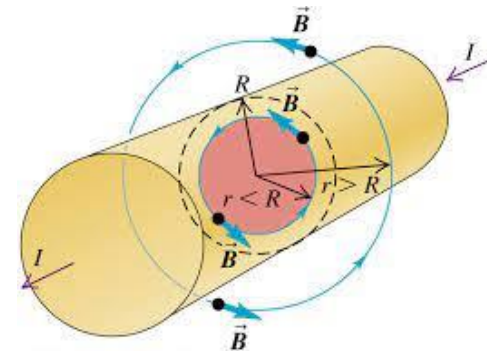
Jakie jest pole magnetyczne wokół długiego przewodnika?

dla $r > R$ całka po konturze:

$$\oint_C \mathbf{B} \circ d\mathbf{l} = B \oint_C dl = B \cdot 2\pi r$$

ale z prawa Ampera:

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 J \quad \text{więc} \quad B = \frac{\mu_0 J}{2\pi r} \quad \text{to samo co z Biota-Savarta}$$



Zadanie domowe: policzyć indukcję pola magnetycznego B wewnątrz przewodnika, czyli $r < R$, założyć stałą gęstość prądu (prąd stały)

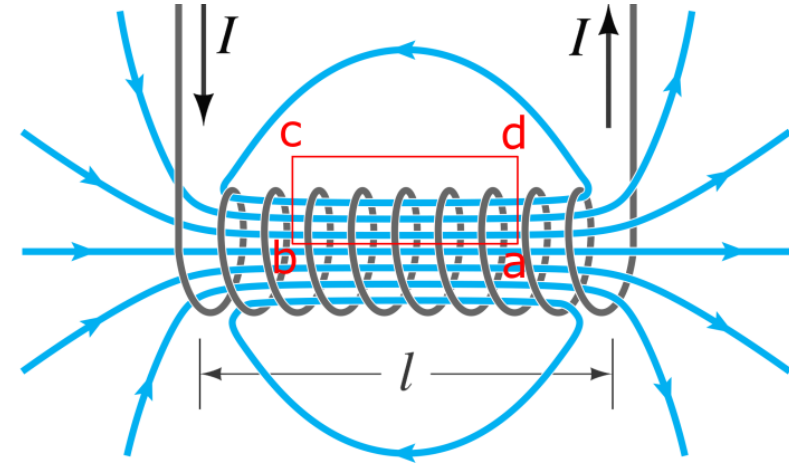


Prawo Ampera – zastosowania

Jakie jest pole magnetyczne wewnątrz cewki o długości L i ilości zwojów N ?



Pole na zewnątrz cewki jest bardzo słabe, wewnątrz silne i prawie jednorodne



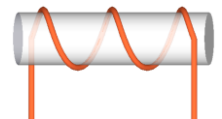
$$\oint_C \mathbf{B} \circ d\mathbf{l} = \int_a^b B dl + \int_b^c 0 + \int_c^d \sim 0 dl + \int_d^a 0 = Bl_{ab}$$

Ile zwojów na długości a-b? $n = l_{ab} N / L$

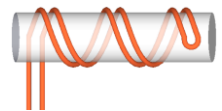
Z prawa Ampera:

$$Bl_{ab} = \mu_0 J \cdot l_{ab} N / L \quad \text{więc} \quad B = J \mu_0 N / L$$

cewka:



nie cewka:





Pole magnetyczne nie w próżni

Pole magnetyczne \mathbf{H} [A/m]

W próżni indukcja pola magnetycznego:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

W materii, pod wpływem pola magnetycznego tworzą się i porządkują dipole, dające efektywne wewnętrzne pole \mathbf{M}

W materiałach o magnetyzacji \mathbf{M} indukcja pola magnetycznego:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_r \mu_0 \mathbf{H}$$

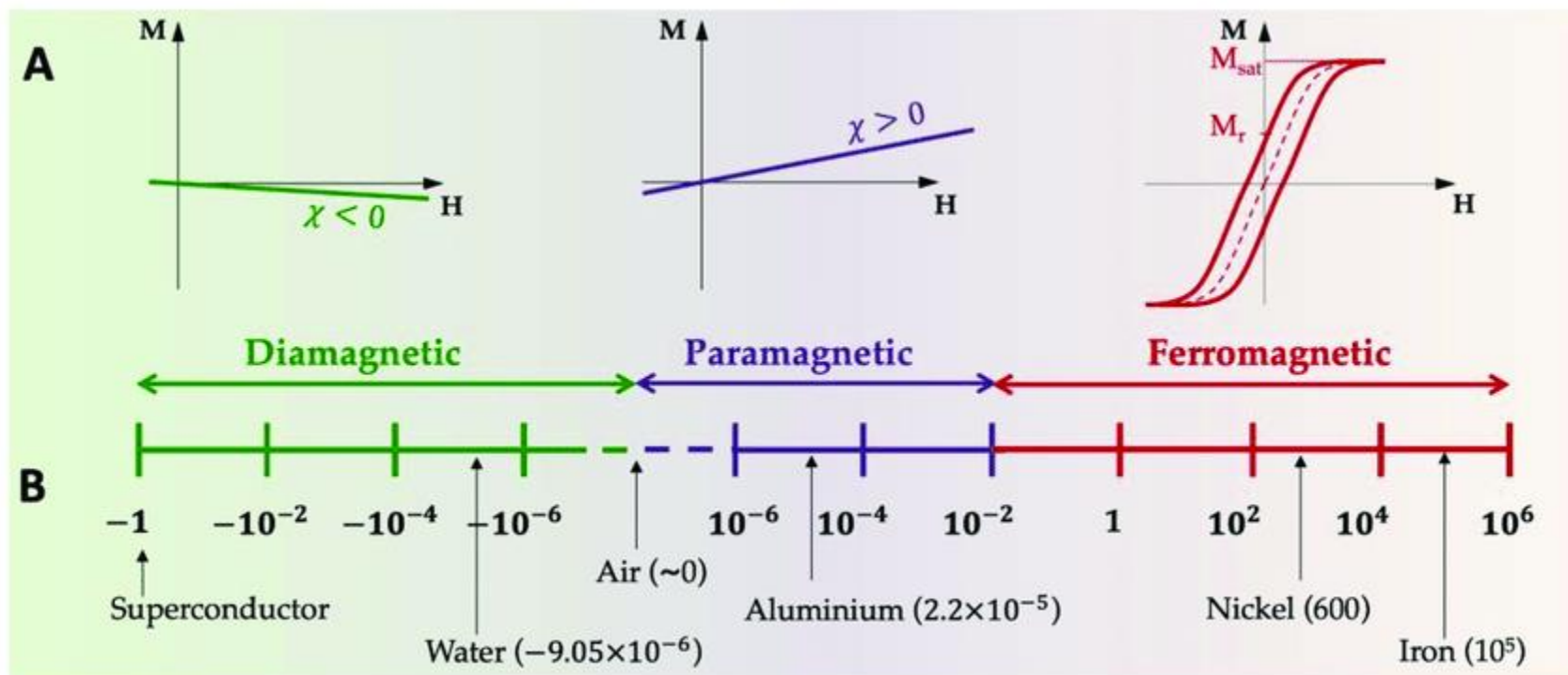
Względna przenikalność magnetyczna:

- niewiele mniejsza niż 1 dla diamagnetyków
- niewiele większa niż 1 dla paramagnetyków
- bardzo duża (rzędu 1000) dla ferromagnetyków

Magnetyzacja

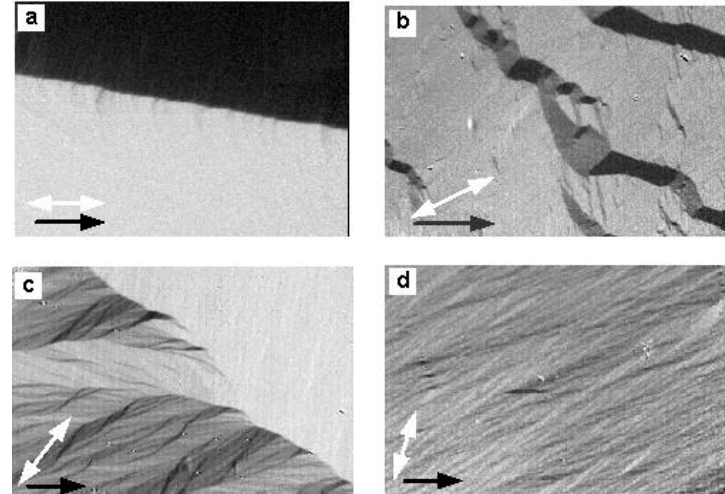
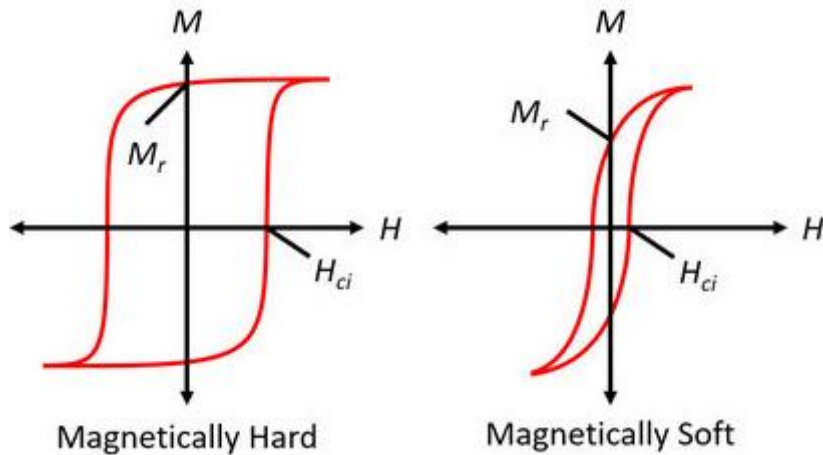


Podatność materiału na pole magnetyczne



CC BY 4.0, Marie Frenea-Robin, DOI:10.3390/magnetochemistry8010011

Krzywa namagnesowania ferromagnetyka



$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{B} = \frac{E}{V} \left[\frac{\text{A Ns}}{\text{m Cm}} = \frac{\text{Nm}}{\text{m}^3} = \frac{\text{J}}{\text{m}^3} \right]$$

Pole wewnątrz pętli histerezy to gęstość strat energii w procesie przemagnesowania

Ferromagnetyki twarde: magnesy trwałe. Ferromagnetyki miękkie: rdzenie cewek/trafo

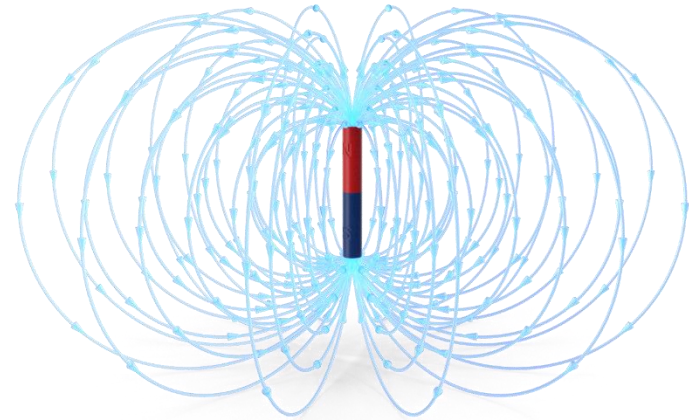


- Pole magnetyczne jest bezźródłowe

$$\oint_S \mathbf{B} \circ d\mathbf{s} = 0$$

- Pole magnetyczne jest wirowe

$$\oint_C \mathbf{B} \circ d\mathbf{l} = \mu_0 J$$



- Pole magnetyczne działa siłą na poruszające się ładunki

$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

- Poruszające się ładunki wytwarzają pole magnetyczne

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\mathbf{v} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$