Fale mechaniczne

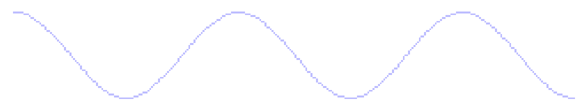
Dr hab. inż. Jarosław Kanak
Instytut Elektroniki, paw. C-1, pok.321
kanak@agh.edu.pl
http://layer.uci.agh.edu.pl/~kanak

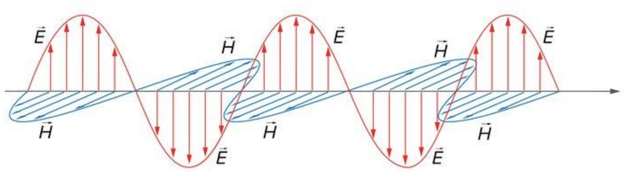
Co to jest fala?

Zaburzenie rozprzestrzeniające się w ośrodku lub przestrzeni.

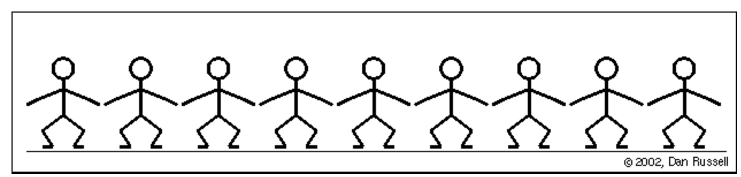
Fala na wodzie

Fala na linie





Fala elektromagnetyczna (światło)



Meksykańska fala

Klasyfikacja fal

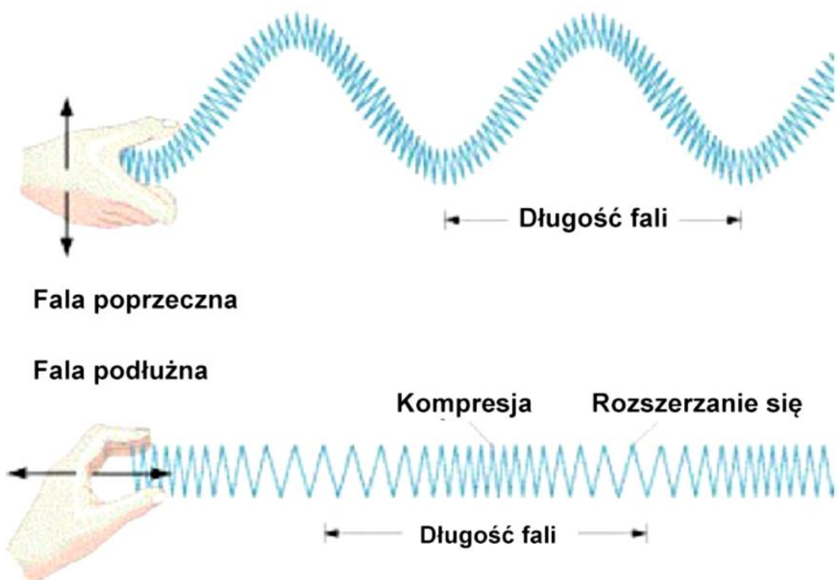
<u>Rodzaje fal:</u>

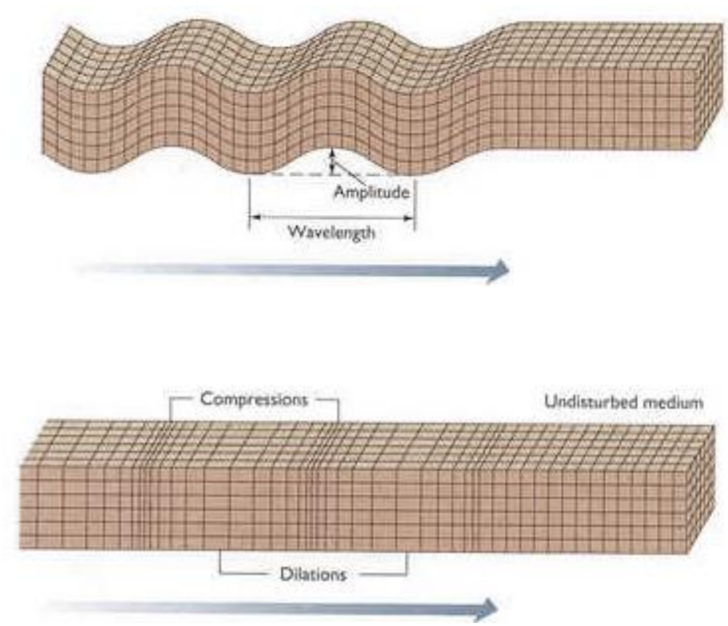
- mechaniczne – zaburzenie przemieszczające się w ośrodku sprężystym
  - fale na wodzie, fale akustyczne
- elektromagnetyczne – przemieszczające się zaburzenie pola magnetycznego i elektrycznego.
  - radiowe, mikrofale, światło
- fale materii – każdy obiekt materialny może przejawiać naturę falową
  - elektron to cząstka czy fala?

Klasyfikacja fal

Ze względu na kierunek drgań wobec kierunku rozchodzenia się fali:

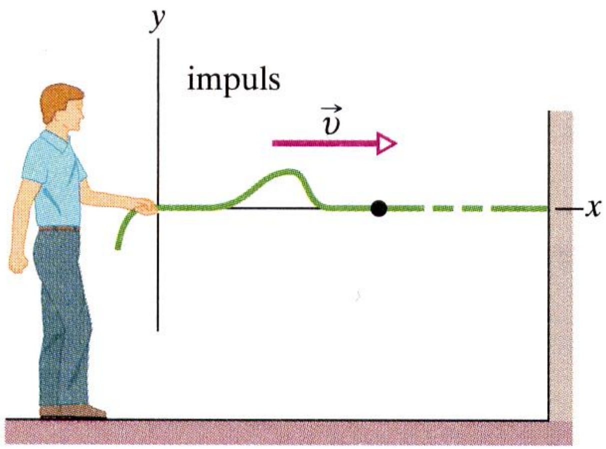
- **poprzeczne** – np. fala na linie, fala na powierzchni wody, fala akustyczna w ciałach stałych,
- **podłużne** – np. fala akustyczna w gazach.





https://www.edukator.pl/resources/applet/fala-podluzna

Podstawowe pojęcia

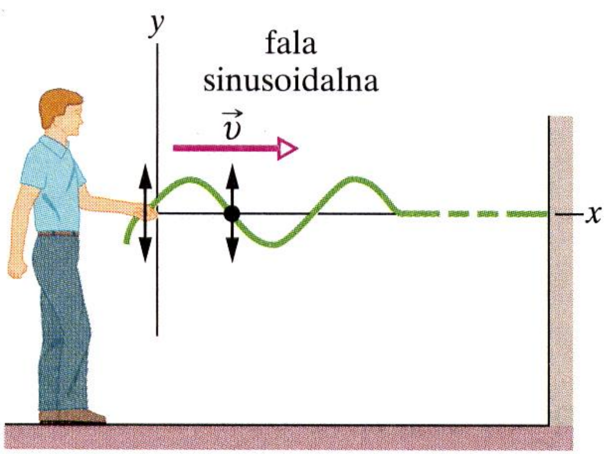


a)

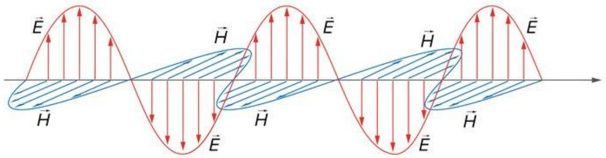
Dla fal mechanicznych rozchodzących się w sznurze, pręcie, słupie powietrza (ośrodku sprężystym), zaburzeniem jest wychylenie z położenia równowagi, gęstość, ciśnienie.

Do przenoszenia zaburzenia tj. rozchodzenia się fali konieczny jest ośrodek materialny.

Przenoszona jest energia a nie materia.



b)



Fala elektromagnetyczna (zaburzenie pola E i B) rozchodzi się w próżni, do jej rozchodzenia nie jest potrzebny ośrodek materialny.

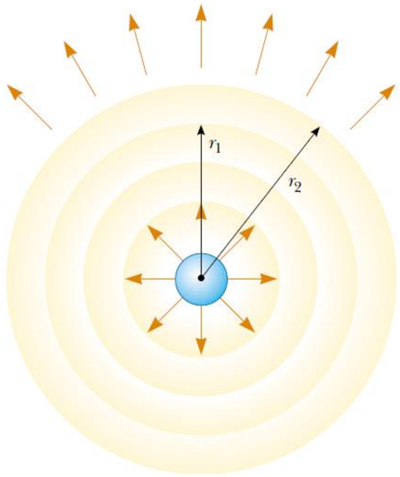
Podstawowe pojęcia

- **Powierzchnia fazowa (falowa)** – to powierzchnia stałej fazy, tzn. drgające cząsteczki ośrodka mają jednakową fazę
- **Czoło fali** – najbardziej oddalona od źródła powierzchnia falowa
- **Długość fali** – najkrótsza odległość między powierzchniami falowymi różniącymi się o 2π
- **Fale spójne (koherentne)** – fazy fal są identyczne lub ich różnica jest stała w czasie

Podstawowe pojęcia

Ze względu na kształt powierzchni fazowej fale dzielimy na:

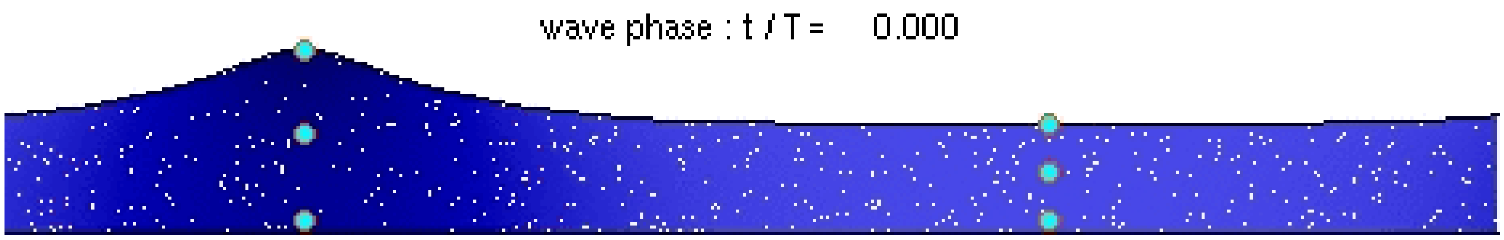
- fale *płaskie*
- fale *kołowe (koliste)*
- fale *kuliste*



Ruch falowy na wodzie

Oscylacje w tego rodzaju ruchu falowym wody są w rzeczywistości rodzajem złożonego ruchu fali podłużnej i poprzecznej.

Cząsteczki wody poruszają się po spirali (prędkość dryftu Stokes’a) w jednym kierunku. Aby zrekompensować przepływ masy wody na powierzchni w jednym kierunku (w stronę brzegu), występuje przepływ wsteczny poniżej powierzchni (prąd wsteczny).



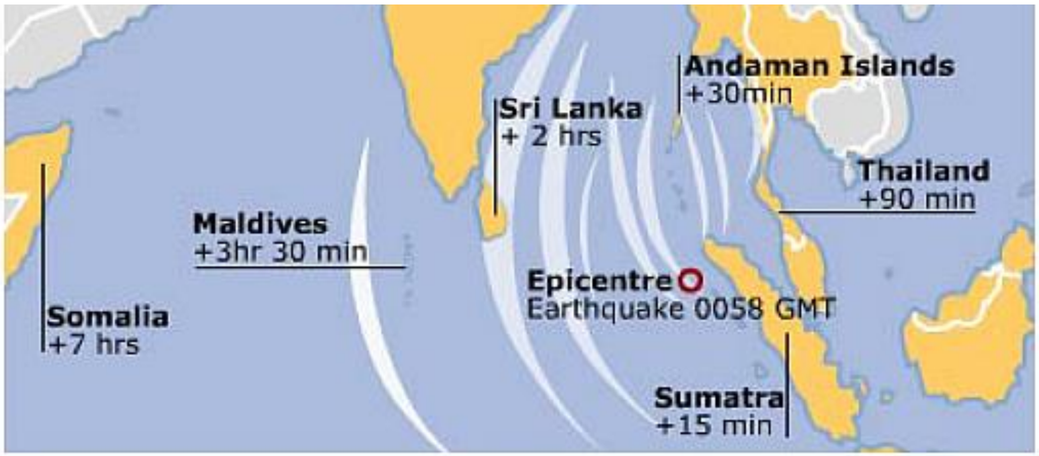
Czy fala przenosi energię?

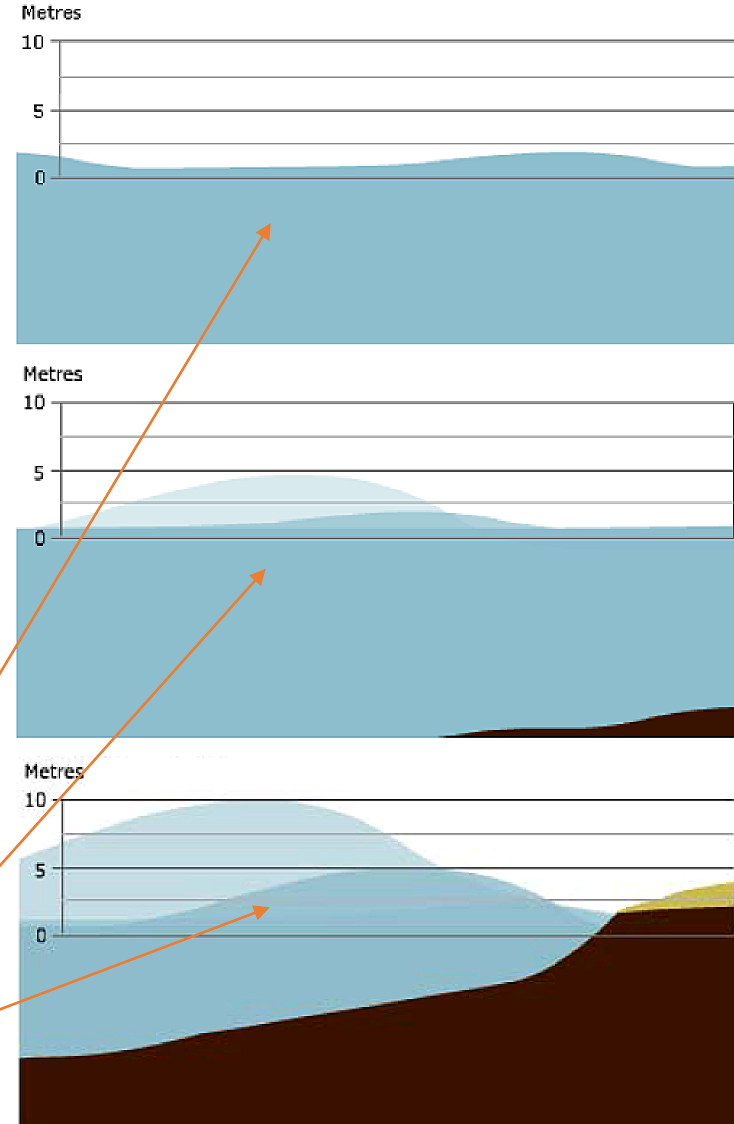
26 grudnia 2004, największe od 40 lat trzęsienie ziemi wystąpiło na Oceanie Indyjskim pomiędzy płytami australijską i euroazjatycką

http://news.bbc.co.uk/1/hi/in_depth/4136289.stm

Czy fala przenosi energię?

Trzęsienie ziemi spowodowało przerwanie dna morskieg wzdłuż linii uskoku i powstanie fali tsunami niosącej zniszczenie na odległość 4500 km w ciągu 7 godzin





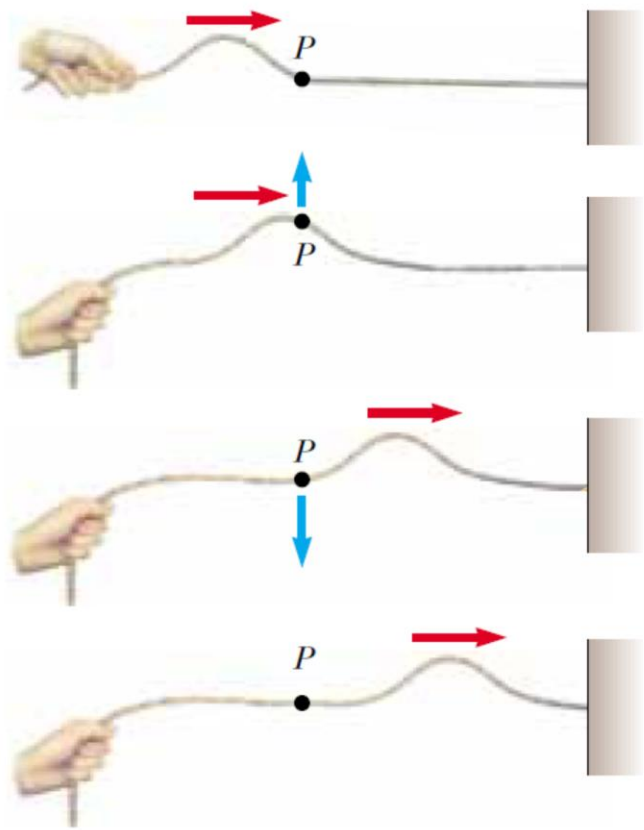
Fala tsunami na głębokiej wodzie:

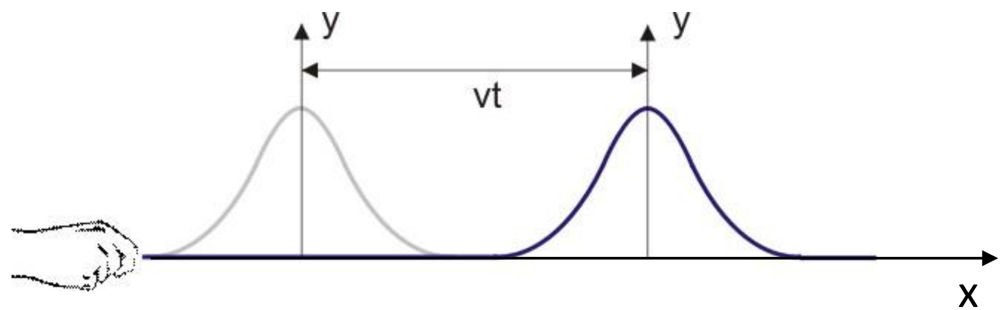
mała amplituda, duża szybkość rozchodzenia się 800 km/h

Fala tsunami na płytkiej wodzie:

mniejsza szybkość rozchodzenia się ale duża amplituda (nawet do 30 m)

Rozchodzenie się fali w przestrzeni





$t = 0$ $\quad$ t

$y = f(x)$ $\quad$ $y = f(x - vt)$

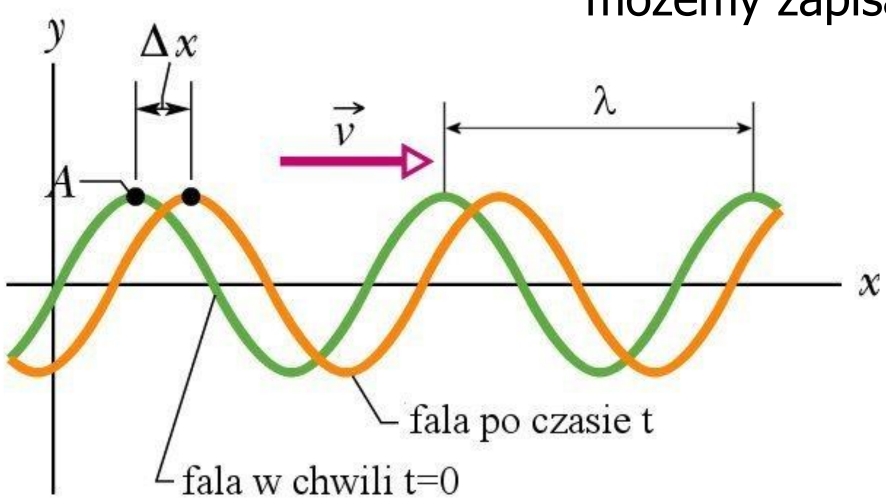
W czasie *t* impuls falowy (fala) poruszający się z prędkością *v* przesuwa się zgodnie z osią x o odcinek równy *vt* wzdłuż sznura, bez zmiany kształtu

Fala biegnącą w kierunku ujemnym osi *x* ma postać

$$y = f(x + vt)$$

Rozchodzenie się fali w przestrzeni

Fala poprzeczna



Dla zaburzenia powtarzającego się sinusoidalnie (fala) możemy zapisać:

$$y = A\sin\underbrace{\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right)}_{\text{faza fali}}$$

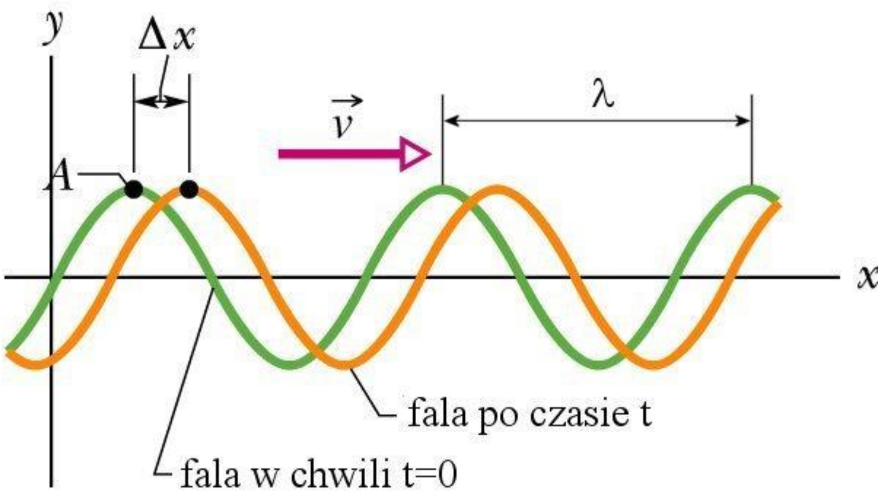
A – amplituda fali

λ – długość fali

Czas, w którym fala przebiega odległość równą λ jest okresem T

$$T = \frac{\lambda}{v} \longrightarrow y = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(x - \frac{\lambda}{T}t\right)\right) \longrightarrow y = A\sin\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right)$$

Rozchodzenie się fali w przestrzeni



$$y = A\sin\left(\underbrace{2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)}_{\text{faza fali}}\right)$$

w danej chwili t taka sama faza jest w punktach $x, x+\lambda, x+2\lambda$, itd.,
w danym miejscu x faza powtarza się w chwilach $t, t+T, t+2T$, itd.

$k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ – liczba falowa

$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$ – częstość

$f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi}$ – częstotliwość

równanie fali fali:

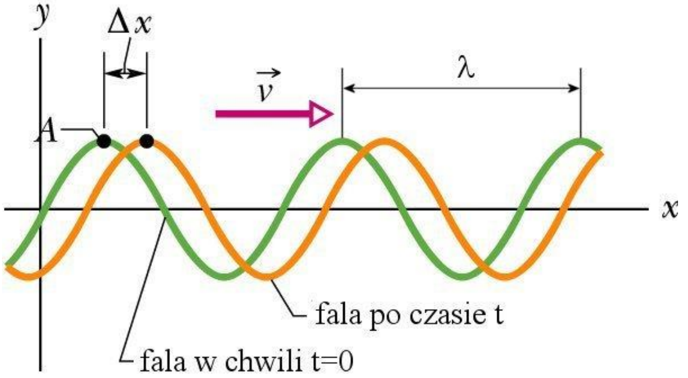
$$y = A\sin(kx - \omega t)$$

prędkość fali: $v = \dfrac{\lambda}{T} = \lambda f = \dfrac{\omega}{k}$

Rozchodzenie się fali

Sprawdzamy jak przemieszcza się w czasie wybrana część fali czyli określona faza

$$y = A\sin(kx - \omega t)$$



faza:

$$kx - \omega t = const$$

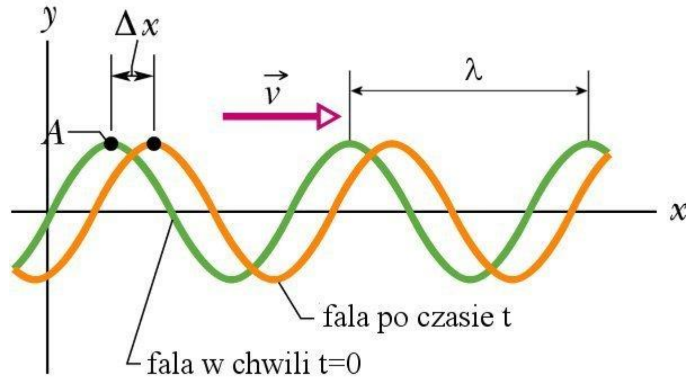
gdy $\boldsymbol{t}$ rośnie $\boldsymbol{x}$ również rośnie

$y = A\sin(kx - \omega t)$ fala rozchodzącą się w kierunku dodatnich wartości x (w prawo)

$y = A\sin(kx + \omega t)$ fala rozchodzącą się w kierunku ujemnych wartości x (w lewo)

Prędkość fali

$$y = A\sin(kx - \omega t)$$



faza:

$$kx - \omega t = const$$

$$\frac{d}{dt}(kx - \omega t) = 0$$

$$k\frac{dx}{dt} - \omega = 0$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$ – prędkość fazowa fali

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

$$v = \frac{\omega}{k} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad v = \frac{\lambda}{T}$$

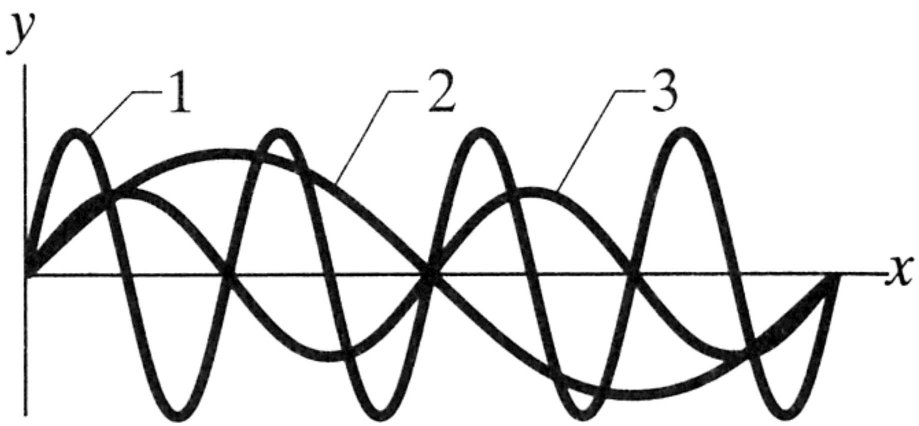
Prędkość v rozchodzenia się fali jest niezależna od amplitudy i częstotliwości, dla fal mechanicznych zależy od sprężystości ośrodka i jego bezwładności.

Przykład

Na rysunku nałożono trzy zdjęcia migawkowe, przedstawiające fale biegnące wzdłuż pewnej liny.

Fazy fal są opisane zależnościami: (a) 2x-4t, (b) 4x-8t, (c) 8x-16t.

Dopasuj wykresy do tych wyrażeń.



y(x): (a)-2 (b)-3 (c)-1

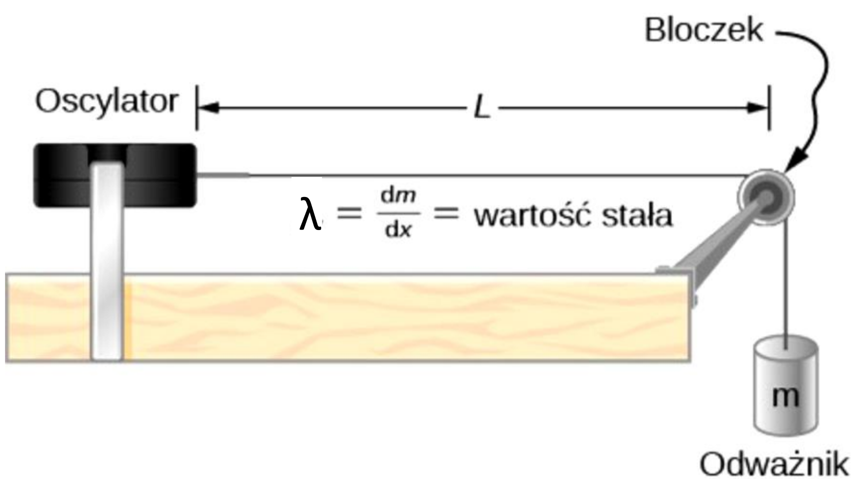
Prędkość fali - napięta struna

Prędkość fali mechanicznej zależy od **bezwładności** i **sprężystości** ośrodka

- Prędkość fali na strunie:

bezwładność – gęstość liniowa λ, masa na jednostkę długości

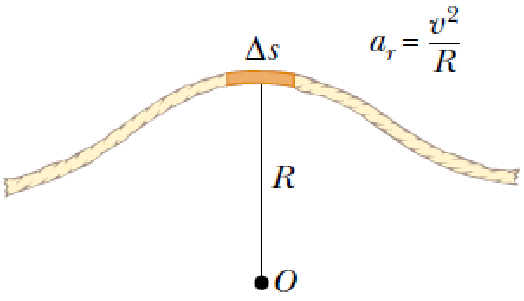
sprężystość – naprężenie T, siła naprężająca strunę



$$\lambda = \frac{dm}{dx} = \frac{\Delta m}{\Delta x}$$

https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-on-a-string/latest/wave-on-a-string_pl.html

Prędkość fali - napięta struna

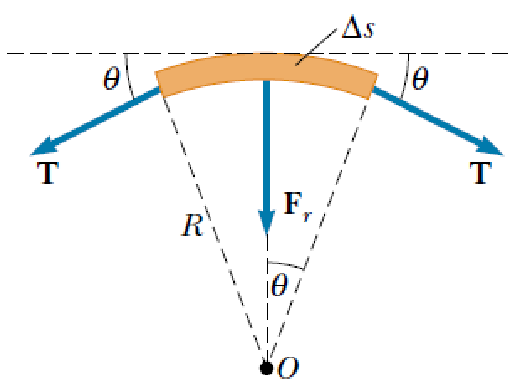


$$F_r = 2Tsin(\theta)$$

dla małych kątów $\sin(\theta) \approx \theta$

$$F_r = 2T\theta$$

$$m = \lambda \Delta s = \lambda 2R\theta$$



element liny porusza się po okręgu więc ma przyspieszenie dośrodkowe

$$a = \frac{v^2}{R}$$

z II zasady dynamiki

$$F_r = ma = m\frac{v^2}{R} \qquad 2T\theta = m\frac{v^2}{R}$$

$$2T\theta = 2\lambda R\theta \frac{v^2}{R} \qquad T = \lambda v^2 \longrightarrow v = \sqrt{\frac{T}{\lambda}}$$

Prędkość fali - napięta struna

$$v = \sqrt{\frac{T}{\lambda}}$$

naprężenie

gęstość liniowa

gruba struna ⇒ duża λ (gęstość liniowa) ⇒ niski dźwięk

cienka struna ⇒ mała λ ⇒ wysoki dźwięk

Prędkość fali – ciało stałe

- Prędkość fali mechanicznej w ciele stałym:

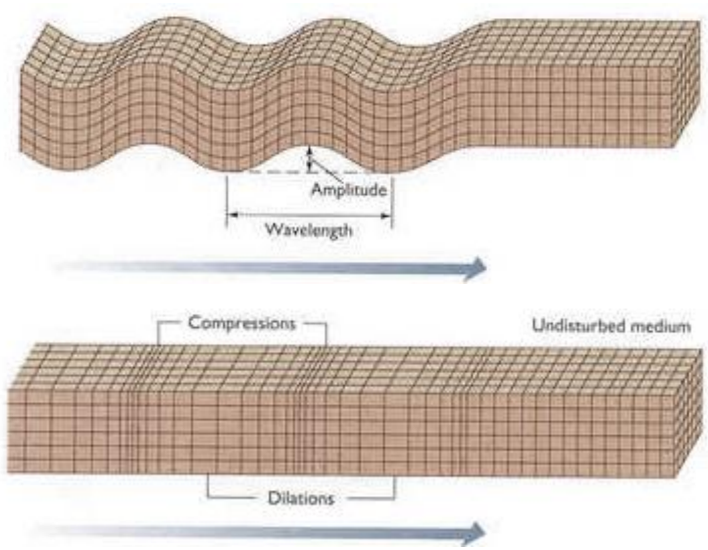
$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

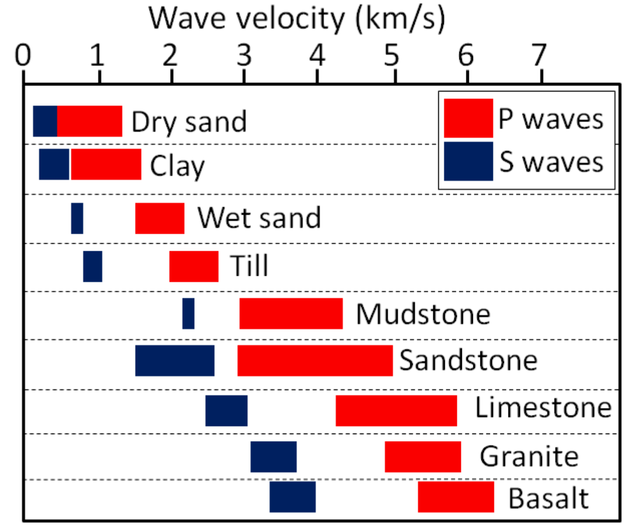
← moduł Younga

← gęstość

Speed of Sound

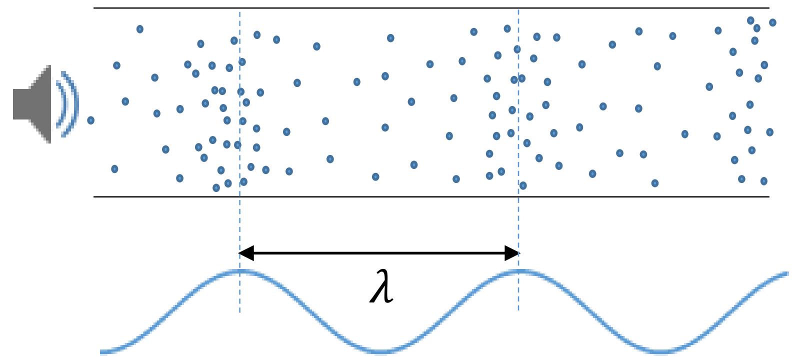
Medium	Speed (m/s)
Air at 0°C	331
Air at 20°C	343
Water at 20°C	1482
Lead	1960
Glass	5640
Steel	5960





Od czego zależy prędkość fali ?

- Prędkość fali akustycznej w gazie:



$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{\mathrm{B}}{\rho}}$$

B ← moduł ściśliwości

ρ ← gęstość

$$B = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V}$$

$$\boxed{\mathrm{v} = \sqrt{\frac{\chi \cdot p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\chi R T}{\mu}}}$$

$$\chi = \frac{c_p}{c_v}$$

Gas	Speed of Sound (m/s)
Xenon	178
Sulfur Dioxide	201
Krypton	221
Propane	258
Carbon Dioxide	267
Argon	319
Oxygen	326
Ethylene	327
Nitrogen	349
Methane	446
Helium	1007
Hydrogen	1270

Temperatura powietrza	Szybkość rozchodzenia się dźwięku
30 °C	349 m/s
25 °C	346 m/s
20 °C	343 m/s
15 °C	340 m/s
10 °C	337 m/s
5 °C	334 m/s
0 °C	331 m/s
-5 °C	328 m/s
-10 °C	325 m/s
-15 °C	322 m/s

Równanie falowe - różniczkowe

Równanie fali $y(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$ przypomina rozwiązanie równania oscylatora harmonicznego.
Aby sprawdzić równanie którego jest rozwiązaniem obliczamy pierwsze i drugie pochodne po położeniu i po czasie:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -A\omega\cos(kx - \omega t) \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -A\omega^2\sin(kx - \omega t) = -\omega^2 y(x,t)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = Ak\cos(kx - \omega t) \qquad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -Ak^2\sin(kx - \omega t) = -\boxed{k^2 y(x,t)}$$

$\omega = vk$ więc $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -v^2 \boxed{k^2 y(x,t)} \longrightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$

ostatecznie : $\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$ równanie falowe

Równanie falowe - 3 wymiary

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

równanie falowe

W ogólności zaburzenie można opisać funkcją $\Psi\,(x, y, z, t)$

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} = -\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \vec{\nabla}\circ\vec{\nabla} = \nabla^2 = \Delta$$

Operator różniczkowy Laplace'a (laplasjan)

$$\boxed{\nabla^2\Psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi(\vec{r}, t)}{\partial t^2}}$$

Energia i natężenie fali

Średnia energia ruchu drgającego elementu ośrodka o masie m, objętości V wynosi

$$\overline{E} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

Średnia gęstość energii:

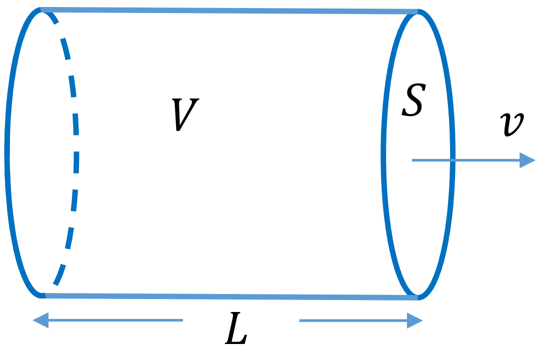
$$< w_E >= \frac{\overline{E}}{V} = \frac{1}{2}\frac{m}{V}\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2$$

Natężenie fali – określa przepływ energii (z szybkością v) w jednostce czasu przez jednostkowy wycinek powierzchni falowej

$$I = \frac{\overline{E}}{S \cdot \Delta t} = \frac{\overline{P}}{S} \qquad \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

natężenie czyli średnia moc przechodząca przez jednostkowy wycinek powierzchni falowej

Energia i natężenie fali



Przez powierzchnię S, w czasie Δt przejdzie tyle energii fali ile jest zawarte w objętości V

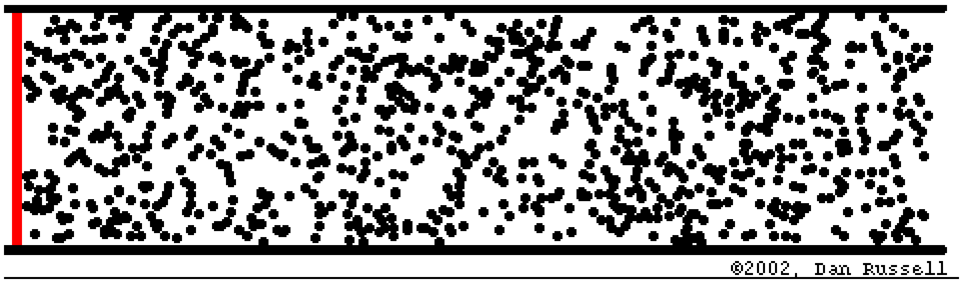
$$L = v \cdot \Delta t \qquad V = L \cdot S = v \cdot \Delta t \cdot S$$

$$\overline{E} = < w_E > \cdot V = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 \cdot v \cdot \Delta t \cdot S$$

Natężenie: $$I = \frac{\overline{E}}{S \cdot \Delta t} = \frac{1}{2}\rho \cdot v \cdot \omega^2 \underline{A^2}$$

Zależność natężenia i średniej mocy fali od kwadratu amplitudy oraz od kwadratu częstości ma charakter ogólny i obowiązuje dla wszystkich rodzajów fal mechanicznych

Fale sprężyste w gazach



przemieszczenie warstwy cząsteczek

$$s(x,t) = s_m \cos(kx - \omega t)$$

ciśnienia gazu w rurze

$$\Delta p(x,t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t)$$

$$\Delta p_m = (v\rho\omega)s_m$$

amplituda zmian ciśnienia

prędkość fazowa

gęstość

amplituda przemieszczenia

Natężenie dźwięku

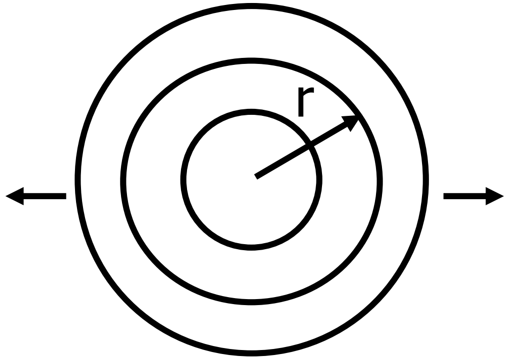
Natężenie I fali dźwiękowej na pewnej powierzchni jest to średnia szybkość w przeliczeniu ma jednostkę powierzchni, z jaką fala dostarcza energię do tej powierzchni (lub przenosi przez nią energię).

$$I = \frac{P}{S}$$

moc

pole powierzchni

dla fali emitowanej izotropowo



moc źródła

$$I = \frac{P_{\acute{z}r}}{4\pi r^2}$$

Podobnie jak dla fali w strunie

$$I = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 s_m^2$$

Natężenie dźwięku

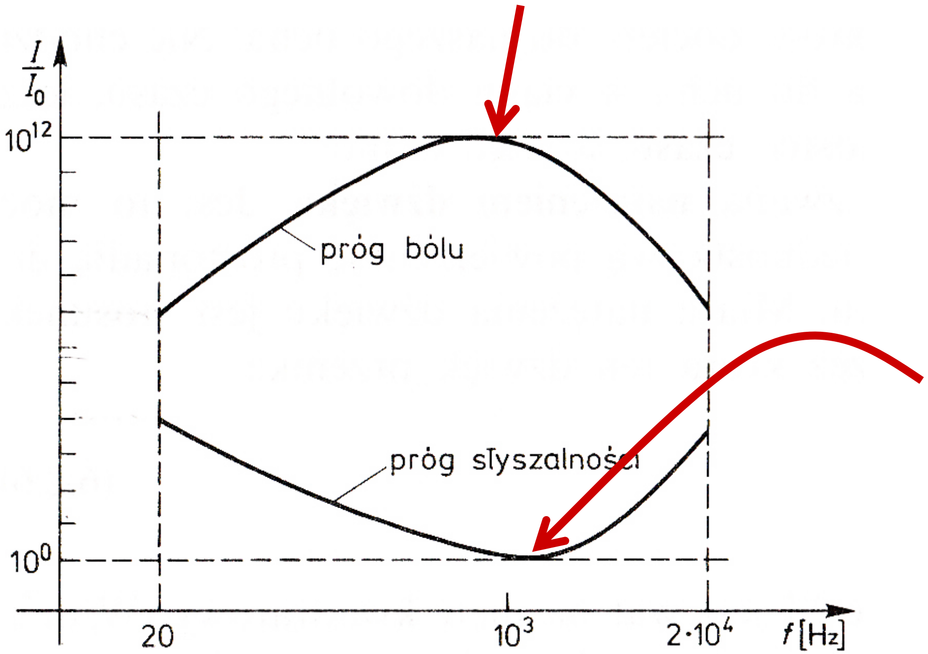
Ucho ludzkie: amplituda przemieszczenia zmienia się od 10^{-5} m dla najgłośniejszego tolerowanego dźwięku do 10^{-11} m dla najsłabszego słyszalnego dźwięku; stosunek tych amplitud wynosi 10^{6}.

Natężenie dźwięku jest proporcjonalne do <u>kwadratu amplitudy przemieszczenia</u>, zatem zakres natężeń dźwięku rejestrowany przez ucho jest bardzo duży, około 10^{12}

Subiektywnie odczuwalne natężenie dźwięku, tak zwany poziom natężenia określamy na podstawie prawa Webera i Fechnera. Zmiana intensywności subiektywnego wrażenia dźwiękowego wywoływanego przez dwa dźwięki jest proporcjonalna do logarytmu natężeń porównywanych dźwięków

Krzywa czułości ucha

górna granica słyszalności
dla 1 kHz (120 dB)



Poziom natężenia

$$\Lambda = \eta \log \frac{I}{I_o}$$

η=1, jednostką jest 1B (bel)
η=10, 1dB (decybel)

Natężenie $I_o=10^{-12}$ W/m^2 o częstotliwości 1 kHz nazywamy natężeniem poziomu zerowego (0 dB)

Ucho ludzkie charakteryzuje się różną czułością dla różnych częstotliwości dźwięku

Głośność dźwięku

Dwa dźwięki o tym samym natężeniu lecz o różnych częstotliwościach nie wydają się nam tak samo głośne, np. dźwięk o częstotliwości 1 kHz odczujemy jako głośniejszy od dźwięku o częstotliwości 0.5 kHz mimo, że w skali decybelowej będą miały jednakowy poziom natężenia.

Głośność dźwięku wyrażamy w fonach. Dany dźwięk ma głośność *n* fonów, jeżeli słyszymy go tak samo głośno, jak dźwięk o natężeniu subiektywnym *n* decybeli i częstotliwości 1 kHz.

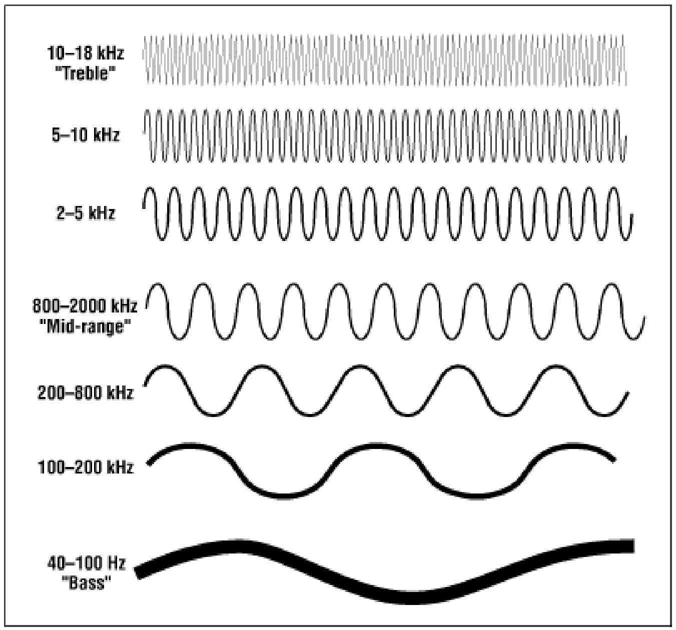
20 fonów odpowiada	
200 Hz	40 dB
1000 Hz	20 dB
3000 Hz	15 dB
10 000 Hz	32 dB

Ton/dźwięk, cechy dźwięku

- ton (dźwięk prosty) - drganie sinusoidalne o jednej częstości.
- wieloton harmoniczny (dźwięk złożony) - drganie będące sumą tonów prostych o różnym natężeniu i częstotliwości, będącej wielokrotnością tonu podstawowego (tworzących szereg harmoniczny)
- Cechy dźwięku:
  I. Wysokość – częstotliwość tonu podstawowego
  II. Głośność – kwadrat amplitudy
  III. Barwa – zwartość tonów podstawowych

Ton/dźwięk, cechy dźwięku

Barwa dźwięku

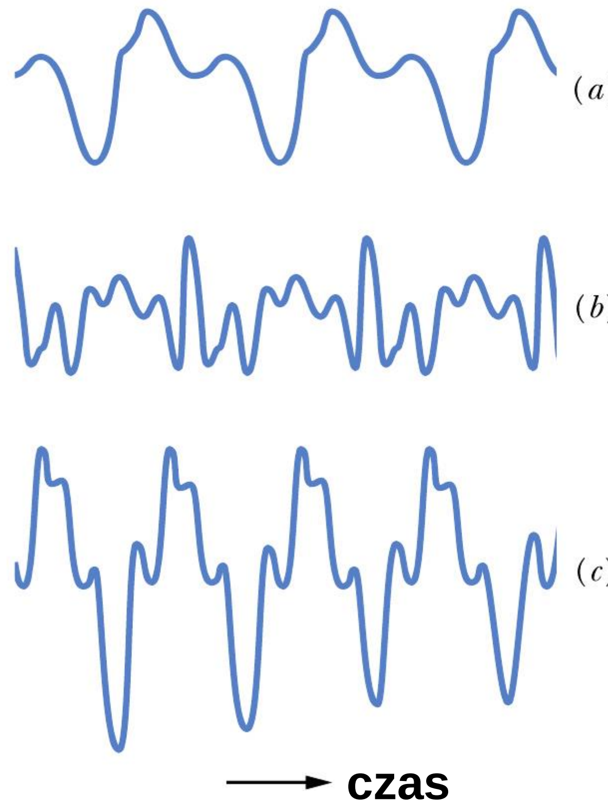


Wysokość dźwięku

a) flet

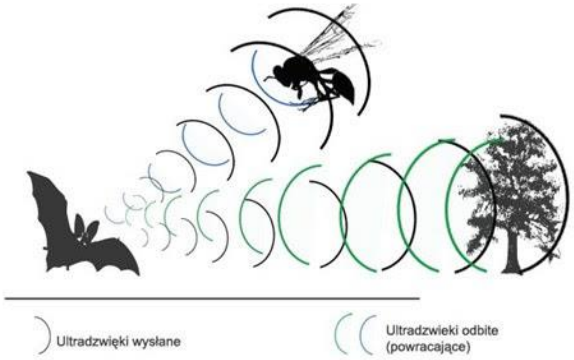
b) obój

c) saksofon

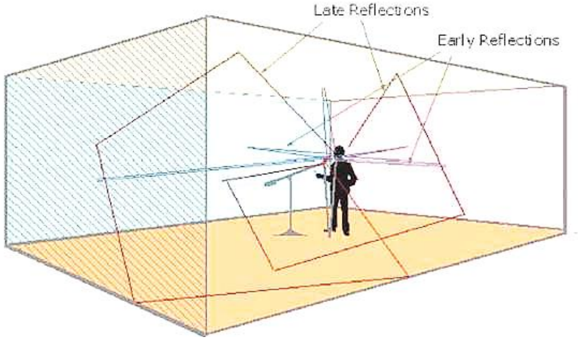


Zjawiska akustyczne

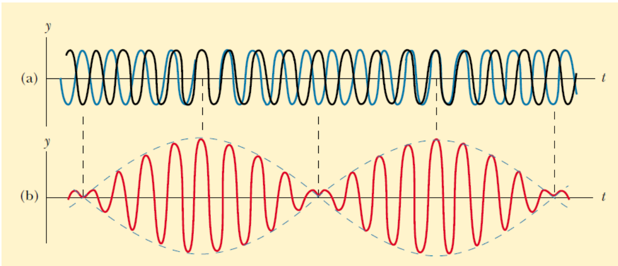
- *Echo* – fala akustyczna odbita od przeszkody i docierająca do obserwatora po zaniku fali docierającej bezpośrednio.



- *Pogłos* – subiektywne wrażenie przedłużenia czasu trwania dźwięku w wyniku wielokrotnych odbić dźwięku od blisko położonych przeszkód (pomieszczenia zamknięte).

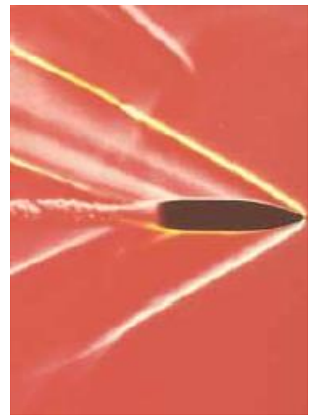


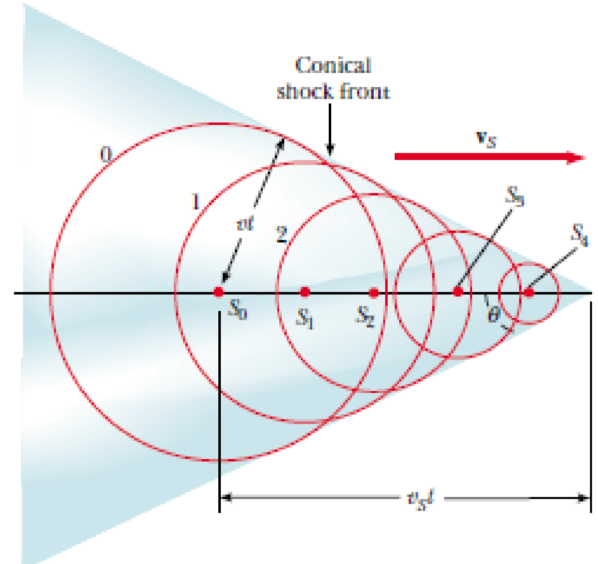
- *Dudnienia* – okresowe zmiany amplitudy dźwięku wypadkowego (np. drgania dwóch kamertonów o nieco różnych częstotliwościach drgań).



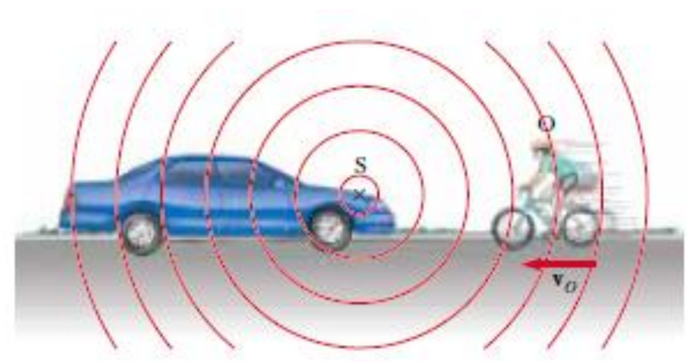
Zjawiska akustyczne

- *Fala uderzeniowa* – powstaje, gdy prędkość źródła fali jest większa niż prędkość rozchodzenia się fali w danym ośrodku. Przykład: samolot naddźwiękowy, strzelanie z bata, fale na wodzie wytwarzane przez szybkie motorówki.



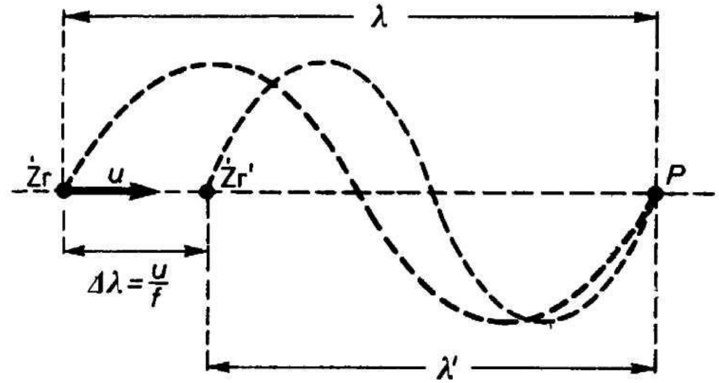


- *Zjawisko Dopplera* – względna zmiana częstotliwości odbierana przez odbiornik, w stosunku do częstotliwości emitowanej przez źródło – występuje w przypadku gdy źródło i odbiornik poruszają się względem siebie.



Efekt Dopplera

- Ruch źródła w kierunku nieruchomego odbiornika.



Źródło emituje dźwięk o częstotliwości f, który rozchodzi się z szybkością v. Dodatkowo źródło porusza się w kierunku odbiornika z szybkością u, który rejestruje odbierany dźwięk o częstotliwości f'.

$\Delta\lambda$ - skrócenie fali w wyniku ruchu źródła z szybkością u.

$$\Delta\lambda = \frac{u}{f} = \lambda - \lambda' \qquad f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda - \frac{u}{f}} = \frac{v}{v-u} f$$

czyli $f' > f$ gdy $u > 0$

gdy źródło oddala się, wówczas $f' < f$.

Efekt Dopplera

- Jednoczesny ruch źródła i odbiornika (zbliżanie się).

Źródło porusza się w kierunku odbiornika z szybkością u, a jednocześnie odbiornik porusza się w kierunku źródła z szybkością v_0. Wówczas rejestrowana przez odbiornik częstotliwość wynosi:

$$f' = \left(\frac{v + v_0}{v - u}\right) f$$

- Jednoczesny ruch źródła i odbiornika (oddalanie się).

$$f' = \left(\frac{v - v_0}{v + u}\right) f$$

Wykorzystanie praktyczne zjawiska: radarowy pomiar szybkości, przesunięcie ku czerwieni" – pomiar szybkości oddalania się galaktyk.

Podstawowe zjawiska falowe

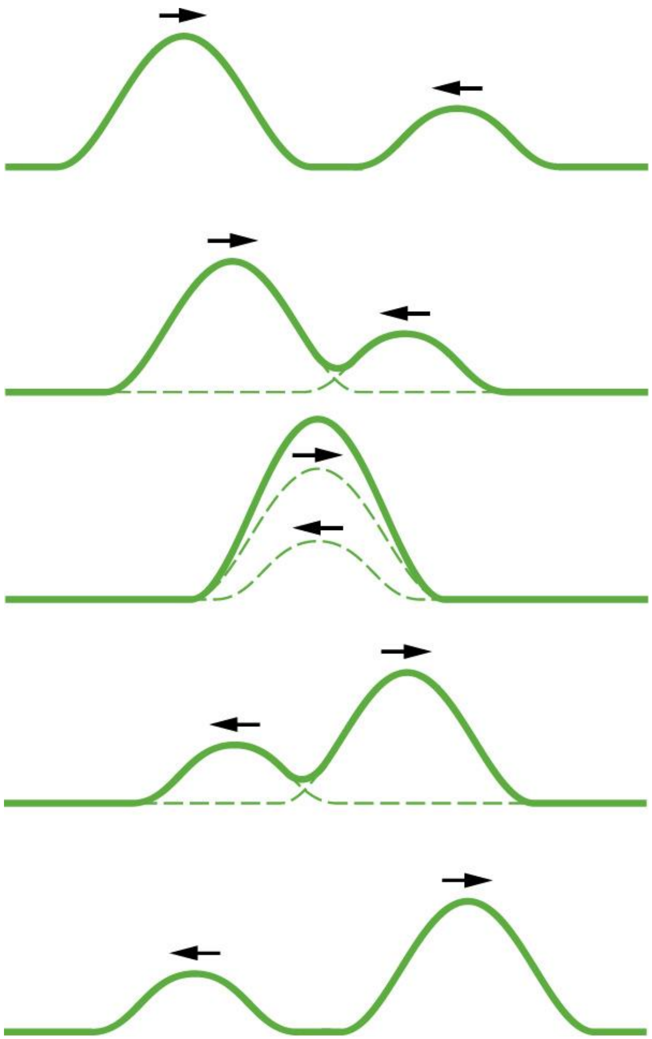
- interferencja
- dyfrakcja
- polaryzacja

  a także

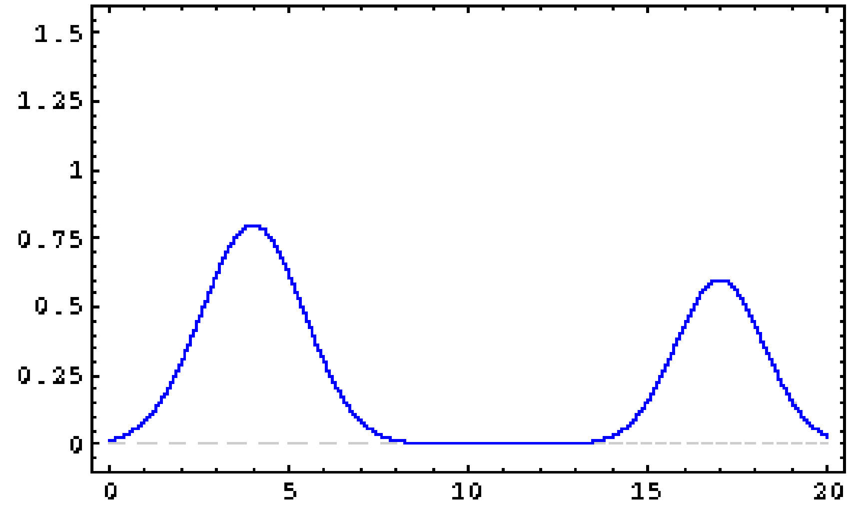
- załamanie, rozszczepienie (dyspersja), odbicie, transmisja, absorpcja

- Zjawiska są wspólne dla wszystkich rodzajów fal

Zasada superpozycji fal

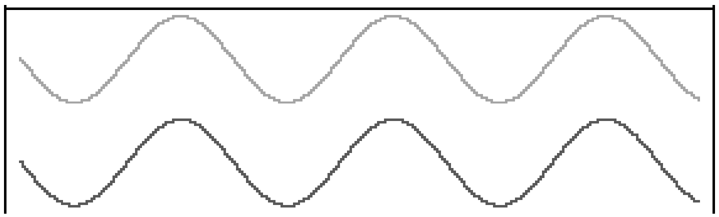


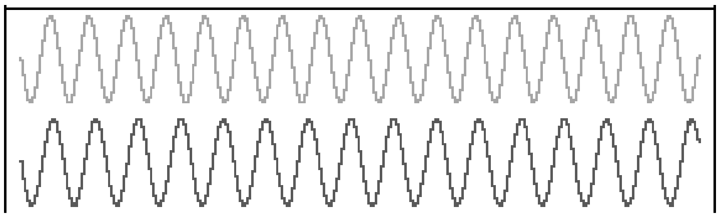
Jeżeli dwie lub więcej fal (zaburzeń) przechodzi równocześnie przez ten sam obszar to fale te nakładają się na siebie wzajemnie a zaburzenia dodają się algebraicznie tworząc falę wypadkową.



$$y_w(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

Superpozycja fal





Wzmocnienie (interferencja konstruktywna) lub osłabienie (interferencja destruktywna)

Dudnienia (nakładanie się fal o bardzo zbliżonych częstościach)

Interferencja fal

Dwie sinusoidalne fale o tej samej długości i amplitudzie biegną wzdłuż napiętej liny w tym samym kierunku. W wyniku interferencji powstaje wypadkowa fala sinusoidalna biegnąca w tym samym kierunku. Amplituda fali wypadkowej zależy od względnej różnicy faz fal interferujących.

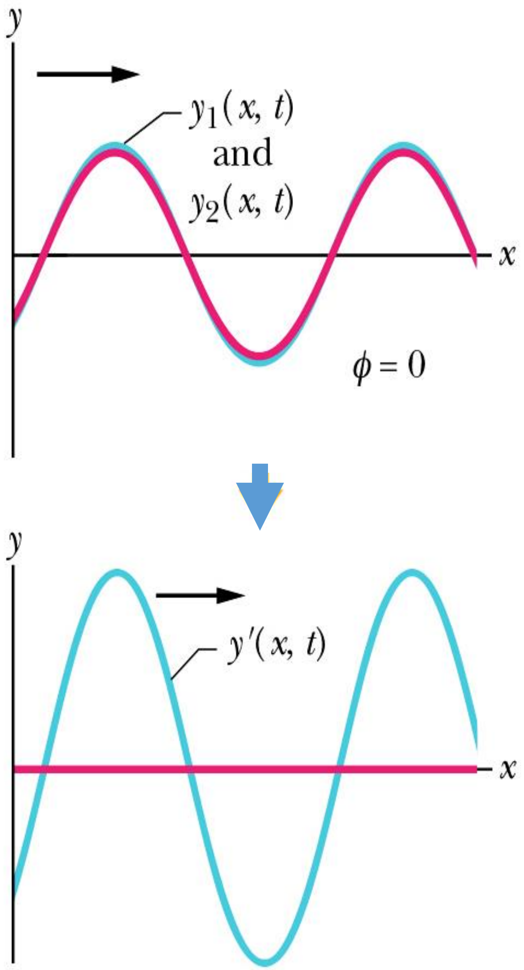
$$y_1(x,t) = A\sin(kx - \omega t) \qquad y_2(x,t) = A\sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = A\sin(kx - \omega t) + A\sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$y(x,t) = \underbrace{2A\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)}_{\text{amplituda}}\sin\left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$$

Interferencja fal - wzmocnienie



- Interferencja konstruktywna (wzmocnienie)

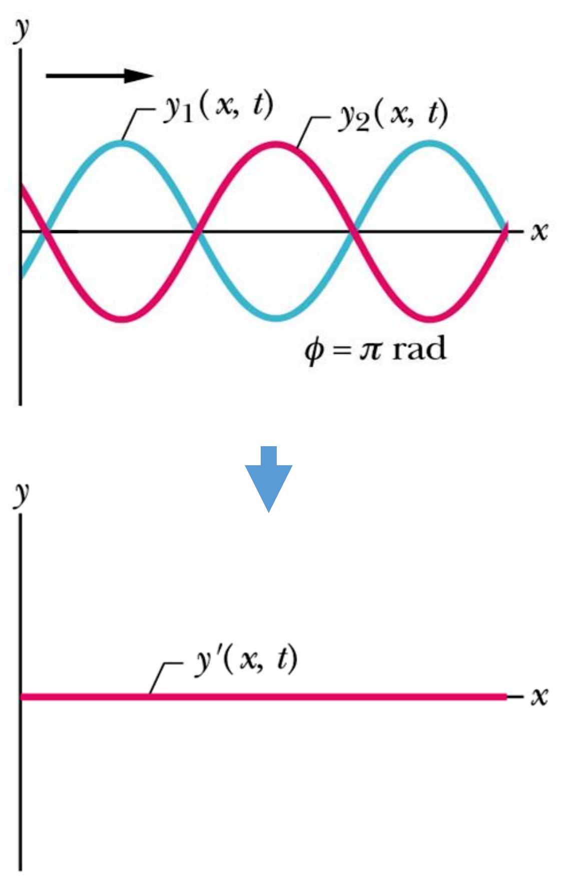
$$y'_m(x,t) = 2A\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 2A$$

występuje, gdy fazy są zgodne, tj. gdy $\varphi = 0, 2\pi, 4\pi, \ldots$

Amplituda wypadkowa jest dwukrotnie większa niż amplituda każdej z fal interferujących

Natężenie fali wypadkowej jest czterokrotnie większe niż natężenie każdej z fal interferujących

Interferencja fal - wygaszenie



- Interferencja destruktywna (wygaszenie)

$$y'_m = 2A\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 0$$

całkowite wygaszenie, gdy fazy są przeciwne, tj. gdy $\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi, \ldots$

Amplituda i natężenie fali wypadkowej wynoszą zero

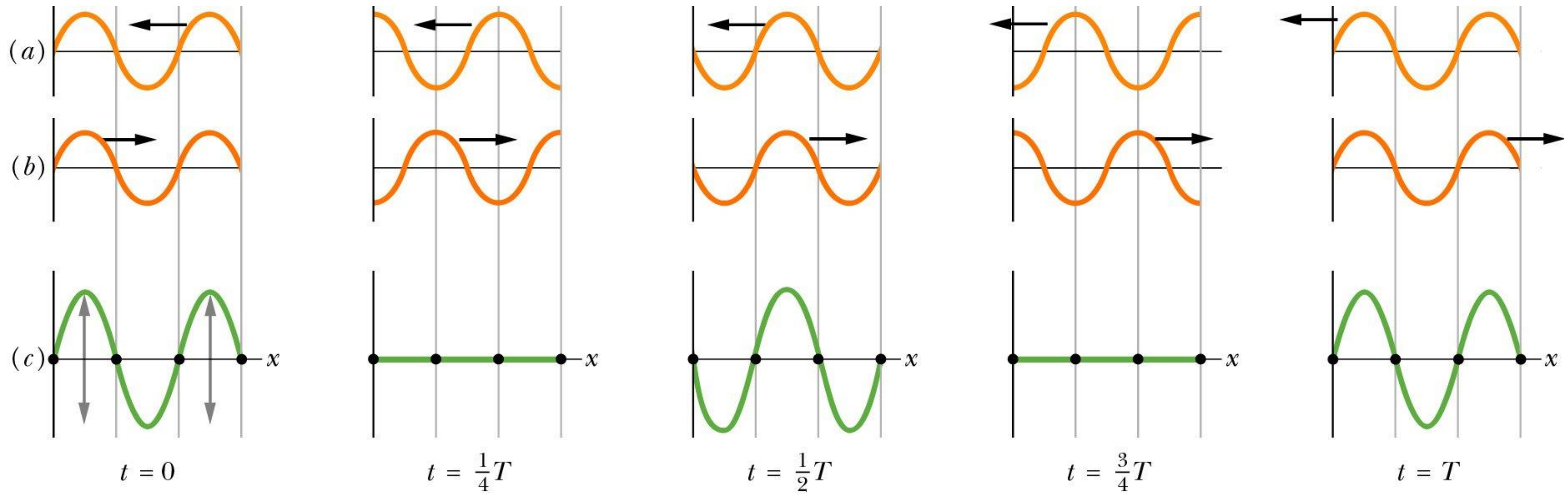
Fala stojąca

Fala stojąca powstaje gdy dwie sinusoidalne fale o takich samych amplitudach i długościach biegną w przeciwnych kierunkach.

$$y_1(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$$

$$y_2(x,t) = A\sin(kx + \omega t)$$

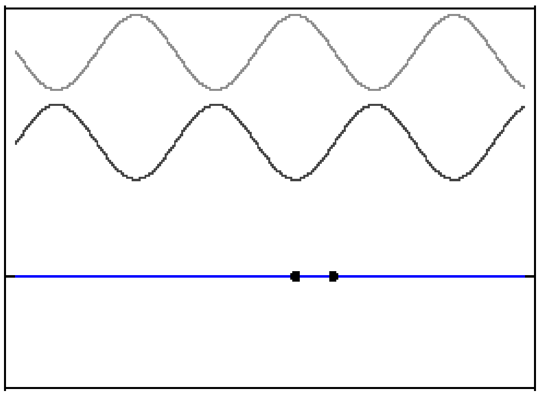
$$y = y_1 + y_2 = \underbrace{2A\sin(kx)}_{\text{Amplituda } A' \text{ zależna od położenia } x}\cos(\omega t) = A'\cos(\omega t)$$

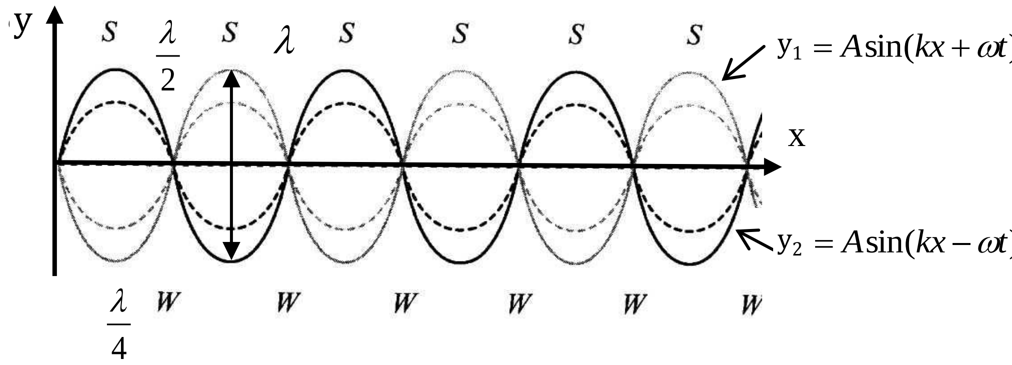


Punkty, które mają maksymalną amplitudę nazywamy strzałkami, a te które mają zerową amplitudę i nazywane są węzłami.

Fala stojąca

Położenie węzłów i strzałek





$$y = y_1 + y_2 = 2A\sin(kx)\cos(\omega t) = A'\cos(\omega t)$$

$$A' = 2A\sin(kx)$$

węzły:

$$A' = 0$$

$$\boxed{x = \pm n\frac{\lambda}{2}}$$

$$kx = \pm n\pi$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm n\pi$$

strzałki:

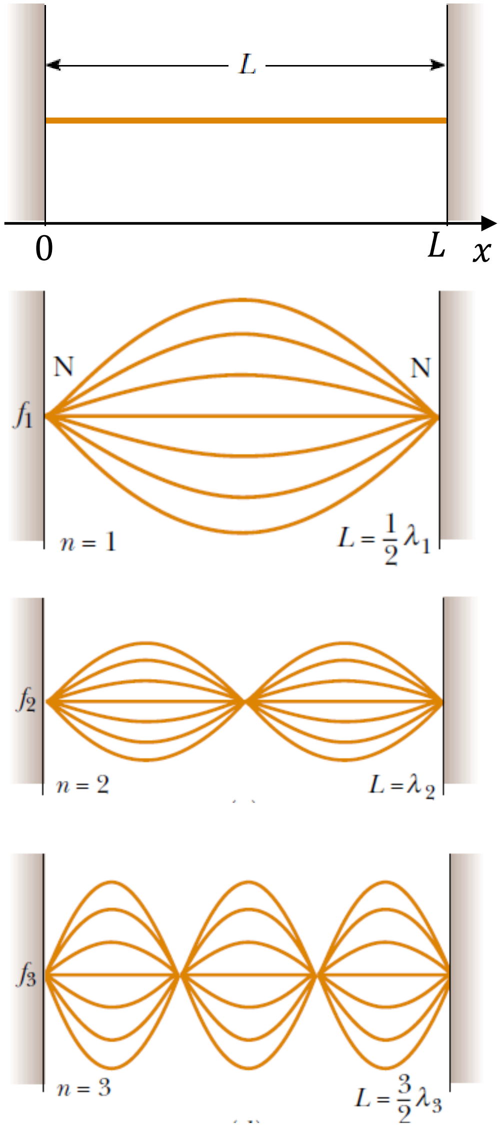
$$A' = max$$

$$\boxed{x = \pm(2n+1)\frac{\lambda}{4}}$$

$$kx = \pm(2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm(2n+1)\frac{\pi}{2}$$

Fala stojąca na strunie



Na strunie przy pewnych częstościach w wyniku interferencji powstaje fala stojąca o dużej amplitudzie. Taka fala powstaje w wyniku **rezonansu**.

Struna wykazuje rezonans przy pewnych częstościach nazywanych **częstościami rezonansowymi**.

Warunki brzegowe: węzły na końcach struny

$y = 0$ dla $x = 0$ i dla $x = L$

- warunek kwantyzacji długości fali:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$ gdzie $n = 1, 2, 3, \ldots$.

- warunek kwantyzacji częstotliwości fali:

$$f_n = \frac{n}{2L} v$$

Fala stojąca

Częstości rezonansowe są całkowitymi wielokrotnościami najniższej częstotliwości – częstotliwości podstawowej f_1

$$f_1 = \frac{v}{2L}$$

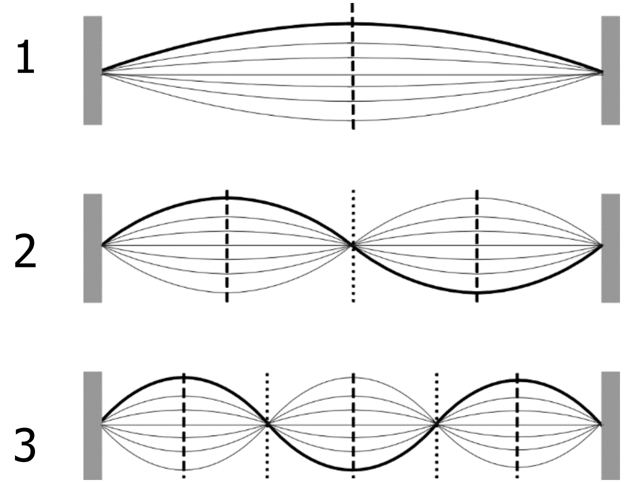
Drganie własne o częstotliwości podstawowej nazywamy **modem podstawowym** lub **pierwszą harmoniczną**

Szereg harmoniczny to zbiór wszystkich możliwych drgań własnych

$$f_n = nf_1$$

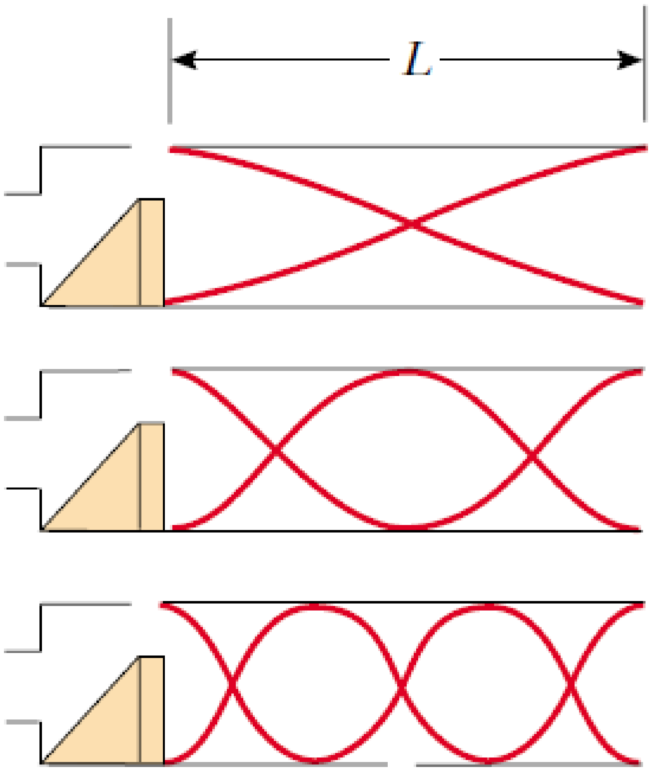
gdzie n to liczba harmoniczna

Harmoniczne:



Fala stojąca

Fala stojąca w piszczałce otwartej obustronnie



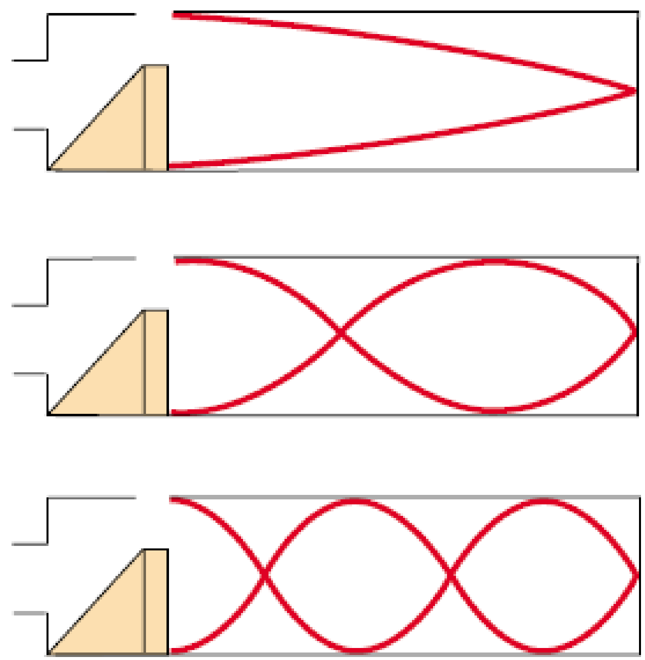
1

2

3

Fala stojąca w piszczałce otwartej jednostronnie zamkniętej

Harmoniczne:

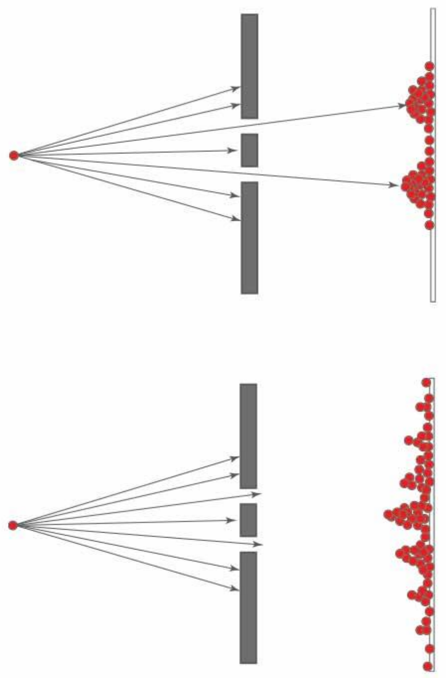


1

3

5

Fale materii – czy elektron jest falą?



Przewidywany rozkład

Otrzymany rozkład

Elektrony interferują na dwóch szczelinach wykazując własności falowe

Hipoteza de Broglie'a: długość fali stowarzyszonej z cząstką → $\lambda = \frac{h}{p}$ ← stała Plancka, pęd cząstki

Przykład: Długość fali de Broglie'a dla piłeczki o masie 100 g, poruszającej się z prędkością 36 km/h = 10 m/s

$$\lambda = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} J \cdot s}{0.1 kg \cdot 10 \frac{m}{s}} = 6.63 \cdot 10^{-34} m$$