

Prąd elektryczny

Dr hab. Maciej Czapkiewicz

Instytut Elektroniki, paw. C-1, pok.321

czapkiew@agh.edu.pl

<http://layer.uci.agh.edu.pl/M.Czapkiewicz/dydaktyka>

Ogniwa galwaniczne - pierwsze źródła prądu



Pierwsze udokumentowane odkrycie elektryczności:

Luigi Galvani, 1780 – prąd z żaby.



Alessandro Volta, 1791 –

pierwsze ogniwo galwaniczne
(prąd bez żaby)

1800 –

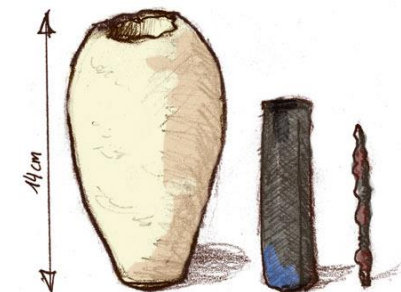
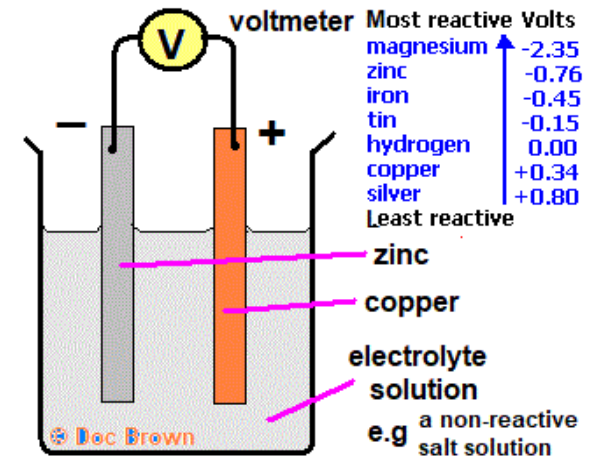
stos ogniw galwanicznych (bateria)



Michael Faraday, 1831 - indukcja

„Bateria z Bagdadu” – hipoteza,

że III wieku p.n.e używano ogniw do galwanizacji.





Prąd – przepływ ładunku

Aby płynął prąd, muszą istnieć swobodne nośniki ładunku w materiale:

Metale: Swobodne elektrony e^- (istnieją)	Półprzewodniki: Dziury + i elektrony - (domieszki, temperatura)	Ciecze: Jony + - w elektrolitach (dysocjacja)	Gazy: Elektrony i jony+ (jonizacja)	Próżnia Elektrony, jony (termoemisja, fotoemisja)
----------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------

$$e = -1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad \text{Robert Millikan, Nobel 1925}$$

➤ Natężenie prądu:

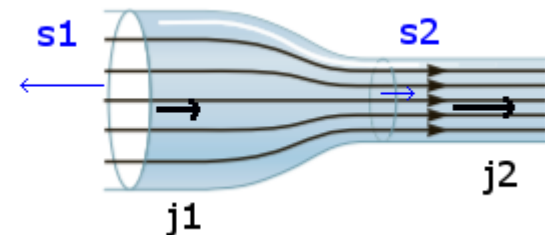
$$I = \frac{dq}{dt} \left[\text{A} = \frac{\text{C}}{\text{s}} \right]$$

➤ Wektor gęstości prądu \mathbf{j} [A/m²]

$$I = \int \mathbf{j} \circ d\mathbf{s} \text{ [A]}$$

➤ Zasada zachowania ładunku
(I prawo Kirchoffa):

$$\oint \mathbf{j} \circ d\mathbf{s} = 0$$



Co porusza nośniki ładunków?

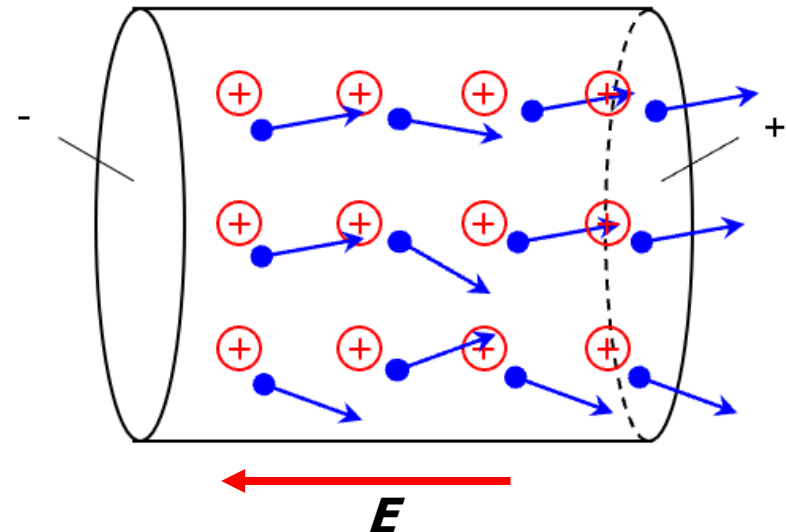
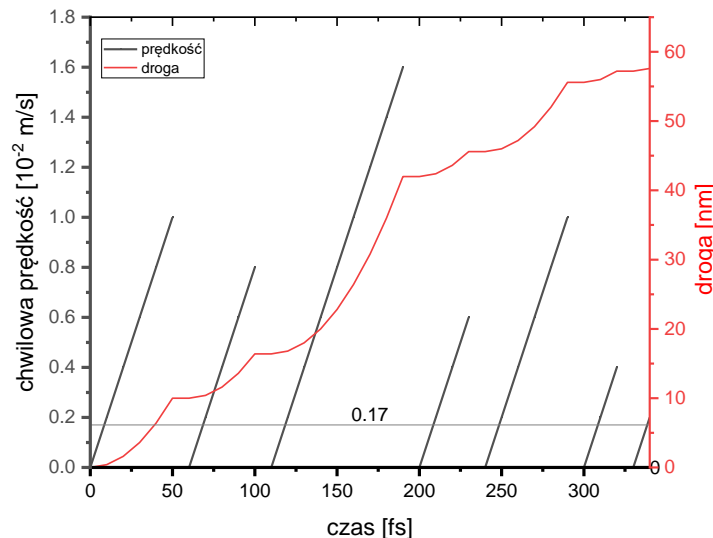


$$F = qE$$

Pole elektryczne przyspiesza nośniki ładunku. Gdyby nie ulegały one rozpraszaniu, ich prędkość ciągle by rosła...

$$a = E \cdot e / m_e$$

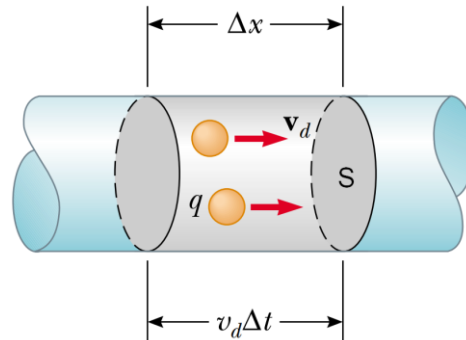
Przykładowo, dla $U = 1$ V i odległości 1 cm, $E = 100$ V/m, $a = 100 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} / 9.11 \cdot 10^{-31} = 1.75 \cdot 10^{11}$ m/s²



Średnia prędkość unoszenia



W przewodniku o objętości $V = S \cdot \Delta x$ znajduje się całkowity ładunek $\Delta q = n \cdot e \cdot S \cdot \Delta x = \rho \cdot S \cdot \Delta x$ gdzie n to koncentracja ładunków, lub ρ to gęstość ładunków.



Z definicji prądu wynika, że:

$$I = \frac{dq}{dt} = n \cdot e \cdot S \cdot \frac{\partial x}{\partial t} = n \cdot e \cdot S \cdot v$$

gdzie v to średnia prędkość unoszenia (dryfu).

Gęstość prądu:

$$j = n \cdot e \cdot v = \rho \cdot v$$

Średnia prędkość unoszenia



Jaka jest średnia prędkość unoszenia? Zależy od koncentracji nośników.

Przykładowo, dla metalu n jest rzędu 10^{28} m^{-3}

dla półprzewodników rzędu 10^{16} (samoistne) ... 10^{22} m^{-3} (domieszkowane)

dla izolatorów ~ 0

dla gazów o niskim ciśnieniu, np. wyładowanie jarzeniowe, rzędu 10^{17} m^{-3}

Przykładowo, dla miedzi, zakładając że na każdy atom przypada jeden elektron przewodnictwa, gęstość miedzi wynosi 8920 kg/m^3 , 1 mol miedzi ($6.02 \cdot 10^{23}$ atomów) waży 63.5 g, tak więc w 1 m^3 znajduje się $8920/0.0635 = 1.404 \cdot 10^5$ moli miedzi, co odpowiada $8.45 \cdot 10^{28}$ elektronom w 1 m^3 miedzi.

Jaka jest prędkość unoszenia w przypadku prądu 1 A płynącego przez drucik o przekroju 1 mm^2 ?

Gęstość prądu $j = 10^6 \text{ A/m}^2$, więc ze wzoru:

$$v = \frac{j}{n \cdot e}$$

prędkość unoszenia wynosi zaledwie 0.074 mm/s

Większa koncentracja nośników –

mniejsza prędkość unoszenia (dryfu) przy tej samej gęstości prądu



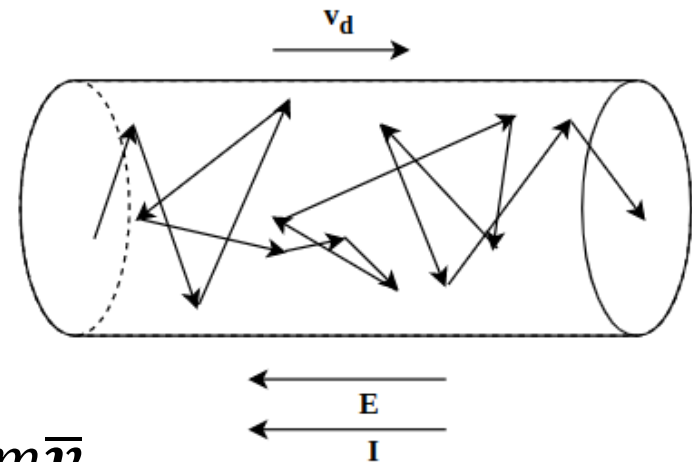
Model przewodnictwa w metalu

Paul Drude, 1900:

gaz elektronów swobodnych koliduje

z jonami sieci krystalicznej metalu,

średni pęd wskutek działania pola elektrycznego:



$$\bar{p} = e \cdot E \bar{\tau} = m \bar{v}$$

średni czas między kolizjami

Gęstość prądu:

$$\mathbf{j} = n \cdot e \cdot \bar{\mathbf{v}} = \left(\frac{n \cdot e^2 \bar{\tau}}{m} \right) \mathbf{E}$$

Prawo Ohma (wektorowe):

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$$

Przewodność właściwa S/m



Model przewodnictwa w metalu

Średnia droga swobodna:

$$\bar{\lambda} = \bar{v}\bar{\tau}$$

Ruchliwość ładunków:

$$\bar{v} = \left(\frac{e \cdot \bar{\tau}}{m} \right) \mathbf{E} = \mu \mathbf{E}$$

$$\mu = \frac{e \cdot \bar{\lambda}}{m \cdot \bar{v}} \left[\frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}} \right]$$

Przewodność właściwa:

$$\sigma = \frac{n \cdot e^2 \cdot \bar{\tau}}{m} = \frac{n \cdot e^2 \cdot \bar{\lambda}}{m \cdot \bar{v}} = n \cdot e \cdot \mu$$

<https://simbucket.com/drudemodel/>



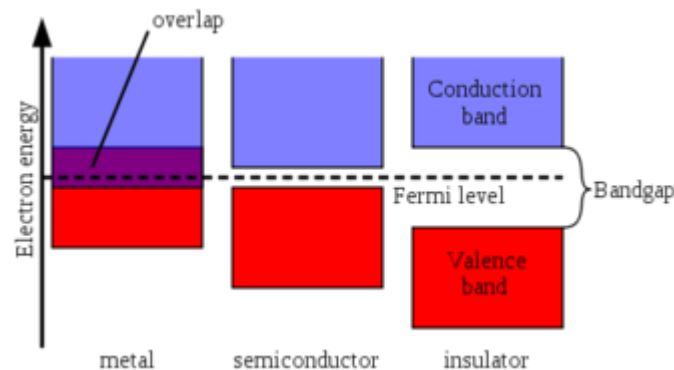
Model przewodnictwa w metalu

Przewodność właściwa zależy od ruchliwości i koncentracji nośników.

Ruchliwość nośników zależy od średniego czasu między rozproszeniami.

Material:	miedź	glin	nikiel	krzem T=300K	GaAs T=300K	grafen
n [1/m ³]	$8.45 \cdot 10^{28}$	$12.1 \cdot 10^{28}$	$9.14 \cdot 10^{28}$	$1.5 \cdot 10^{10}$	$1.8 \cdot 10^6$	10^{16} 1/m ²
σ [S/ μ m]	60	38	14.3	0.0004	0.000001	100
λ [nm]	40	19	5.9	7	6	28000
μ [cm ² /(V·s)]	45	19	10	1400 n 450 p	8600 n 400 p	200000

Koncentracja nośników zależy od struktury pasmowej (i domieszek)



Prawo Ohma



Prawo Ohma (wektorowe):

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$$

$$I = \int \mathbf{j} \circ d\mathbf{s} \quad U = \int \mathbf{E} \circ d\mathbf{l}$$

$$I \cdot l = \sigma \cdot s \cdot U$$

$$I = G \cdot U$$

Konduktancja

$$G = \frac{\sigma s}{l} \text{ [S]}$$

Opór

$$R = 1/G = \frac{\rho l}{s} \text{ [\Omega]}$$

Prawo Ohma (całkowe)

$$I = \frac{1}{R} U$$



Prawo Ohma

$$I = G \cdot U = \frac{1}{R} U$$

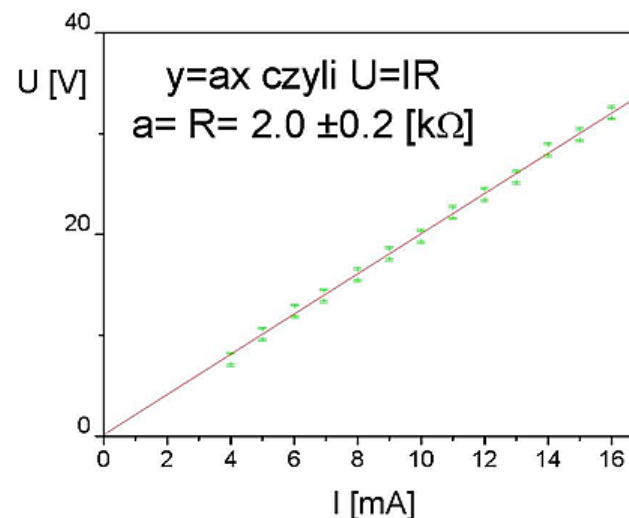
$$R = \frac{\rho l}{s}$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad \text{Opór właściwy (stała materiałowa)}$$

Prawo Ohma spełnione
jeśli stały jest stosunek

$$R = \frac{U}{I}$$

czyli liniowa zależność
prądowo-napięciowa



Elementy nieliniowe nie
spełniają prawa Ohma



Opór to strata energii



Energia ładunku przenieszonego przez różnicę potencjałów:

$$E = qU \text{ [J lub eV]}$$

Moc:

$$P = \frac{dE}{dt} \text{ [W]}$$

Moc prądu elektrycznego:

$$P = I \cdot U$$

Jeżeli U jest spadkiem napięcia na przewodniku o rezystancji R , to tracimy moc w postaci ciepła Joula-Lenza:

$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

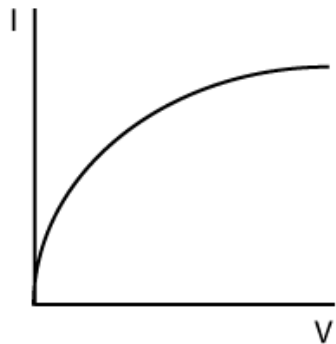


Elementy nieliniowe

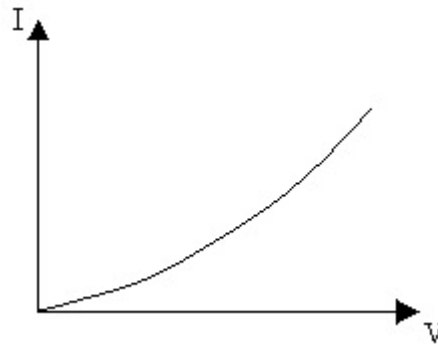


Elementy, których charakterystyka prądowo-napięciowa jest nieliniowa, nie spełniają prawa Ohma, np.:

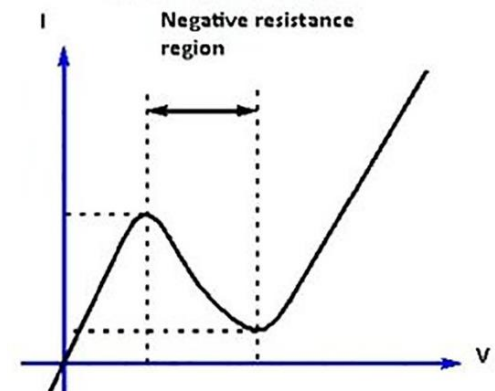
włókno żarówki



termistor



dioda tunelowa



Rezystancja różniczkowa

$$r(I) = \frac{dU}{dI}$$

Temperaturowy współczynnik rezystancji



Zmiana rezystywności wskutek wzrostu temperatury:

- Metale – rezystywność rośnie (w przybliżeniu liniowo):

$$\rho(T) = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

Materiał:	miedź	glin	nikiel	Cu ₆₀ Ni ₄₀ (konstantan)
α (TWR) [1/K]	$3.9 \cdot 10^{-3}$	$4.3 \cdot 10^{-3}$	$6.0 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-5}$

- Półprzewodniki – rezystywność maleje (w przybliżeniu wykładniczo):

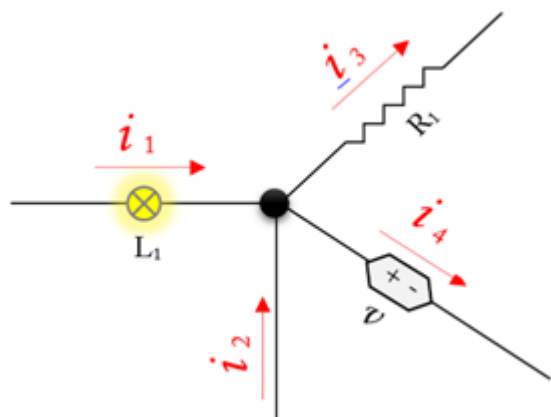
$$\rho(T) = \rho_0 e^{-\beta\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$$

- Elektrolity, gazy – rezystywność maleje



Prawa Kirchhoffa

- Prądowe Prawo Kirchhoffa: zasada zachowania ładunku w węźle

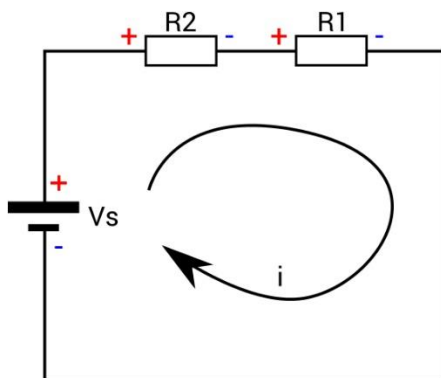


$$\oint \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

czyli np.

$$i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0$$

- Napięciowe Prawo Kirchhoffa: zasada zachowania energii w oczku



$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \sum U_i - \sum i_k R_k = 0$$

czyli np.

$$V_s - i \cdot R_2 - i \cdot R_1 = 0$$

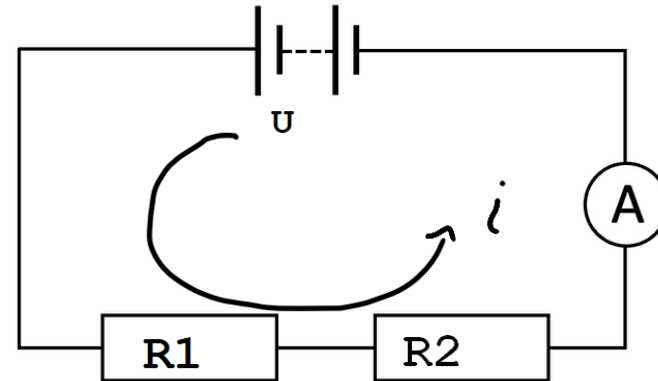


Połączenia oporników

➤ Połączenie szeregowe

$$U = i \cdot R_1 + i \cdot R_2 = i(R_1 + R_2)$$

$$R_Z = (R_1 + R_2)$$



➤ Połączenie równoległe

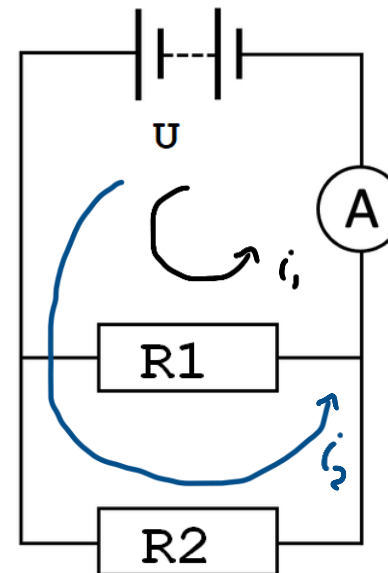
$$i = i_1 + i_2$$

$$U = i_1 \cdot R_1$$

$$U = i_2 \cdot R_2$$

$$i = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = \frac{U}{R_Z}$$

$$\frac{1}{R_Z} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{albo} \quad G_Z = G_1 + G_2$$



Mostek Wheatstone'a



Zrównoważony mostek: $V=0$

$$U_{AC} = U_{AB} \quad U_{CD} = U_{BD}$$

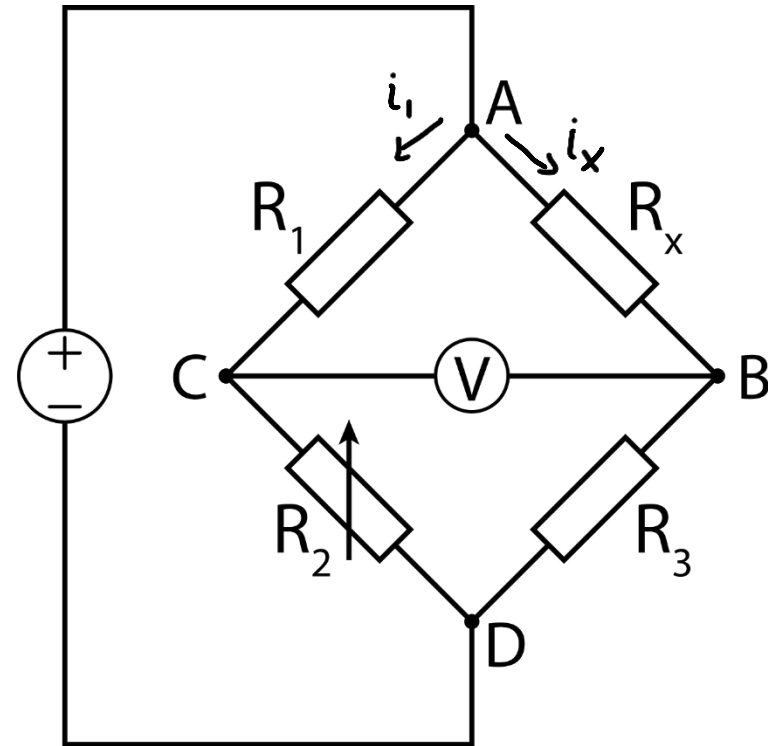
$$\frac{U_{AC}}{U_{CD}} = \frac{U_{AB}}{U_{BD}}$$

$$\frac{i_1 R_1}{i_2 R_2} = \frac{i_x R_x}{i_3 R_3}$$

$$i_1 = i_2 \quad i_x = i_3$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_x}{R_3}$$

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_3$$



Zadanie: wyprowadzić wzór na V dla niezrównoważonego mostka



- Prąd to przepływ nośników ładunku pod wpływem pola elektrycznego.

$$I = \frac{dq}{dt} = n \cdot e \cdot \bar{v} \cdot S$$

- Przewodność zależy od koncentracji nośników i ich ruchliwości.

$$\sigma = n \cdot e \cdot \mu$$

- Opór (czynny) powoduje rozpraszanie energii prądu poprzez wydzielanie ciepła.

$$P = U \cdot I = I^2 \cdot R$$

- Elementy liniowe spełniają prawo Ohma (stały stosunek prądu do napięcia).
- Elementy nieliniowe – zmiana oporu wskutek grzania elementu lub zjawisk rekombinacji w elementach półprzewodnikowych.
- Prawa Kirchhoffa: zasady zachowania ładunku i energii.