Wykład 20

Promieniowanie cieplne

Dr hab. Maciej Czapkiewicz
Instytut Elektroniki, paw. C-1, pok.321
czapkiew@agh.edu.pl
http://layer.uci.agh.edu.pl/Fizyka

Prawa wypromieniowania ciepła

- Gorący obiekt emituje energię w postaci promieniowania IR (przy wyższych temperaturach także światła widzialnego)
- 1859, G. Kirchoff: stosunek zdolności emisyjnej do absorpcyjnej jest stały
- 1864, 1877 - J. Tyndall, J. Stefan – emisja promieniowania proporcjonalna do czwartej potęgi temperatury
- 1884, L. Boltzmann – prawo Stefana uzasadnione termodynamiką statystyczną
- 1893, W. Wien: długość fali odpowiadająca maksimum mocy promieniowania maleje z temperaturą
- 1900, J. Rayleigh, J. Jeans: katastrofalna niezgodność radiancji spektralnej z doświadczeniem
- 1900, M. Planck: zgodność z doświadczeniem pod warunkiem skwantowania energii (Nobel 1918)
- 1905, A. Einstein: stała Plancka również w efekcie fotoelektrycznym

Prawa wypromieniowania ciepła

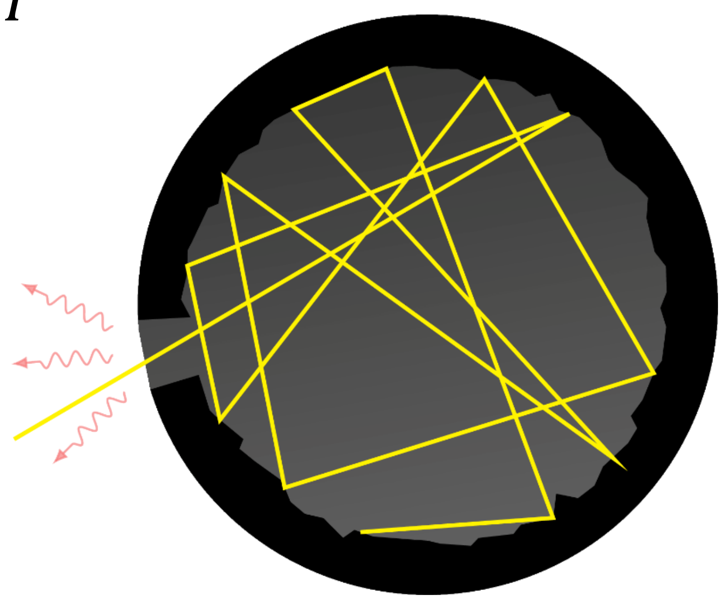
- G. Kirchoff: w ustalonej temperaturze, stosunek zdolności emisyjnej do absorpcyjnej jest stały:

$$\frac{E(f,T)}{A(f,T)} = \varepsilon(f,T)$$

- Zdolność absorpcyjna: to co nie przejdzie lub nie zostanie odbite

$$A = 1 - R - T$$

- Ciało doskonale czarne: A=1



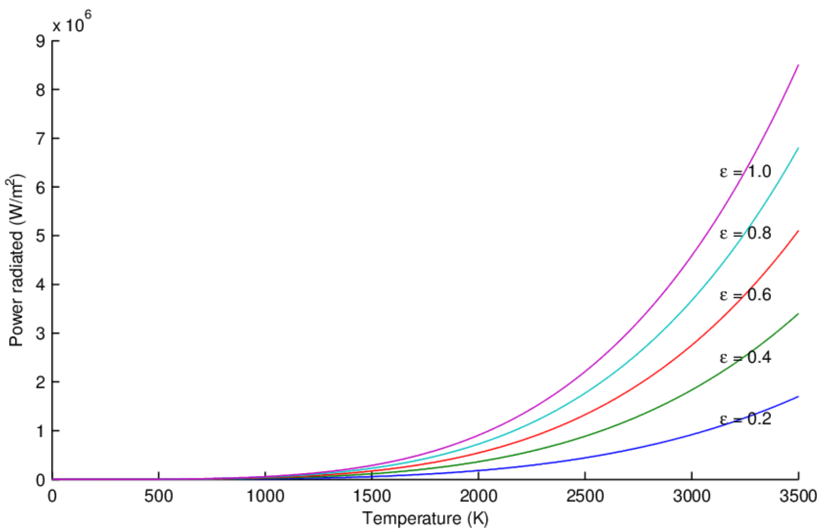
Prawa wypromieniowania ciepła

- J. Stefan, L. Boltzmann: powierzchniowa gęstość mocy (wypromieniowany strumień energii) rośnie z czwartą potęgą temperatury:

$$\Phi = \varepsilon\sigma T^4$$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K^4}}$$

- Dla ciała doskonale czarnego $\varepsilon = 1$



R. Usamentiaga et al., Usamentiaga, „Infrared Thermography for Temperature Measurement and Non-Destructive Testing", Sensors (Basel, Switzerland), 14, 12305-12348. (2014)

Prawa wypromieniowania ciepła

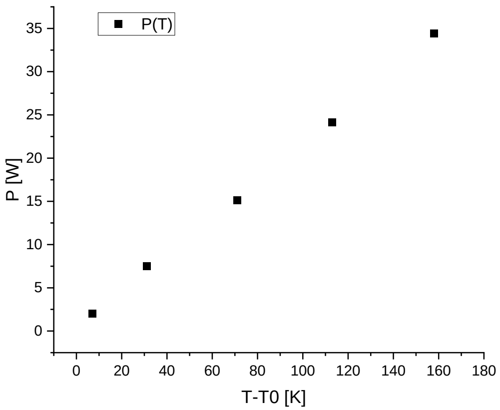
- Konkurencyjne mechanizmy wymiany ciepła:

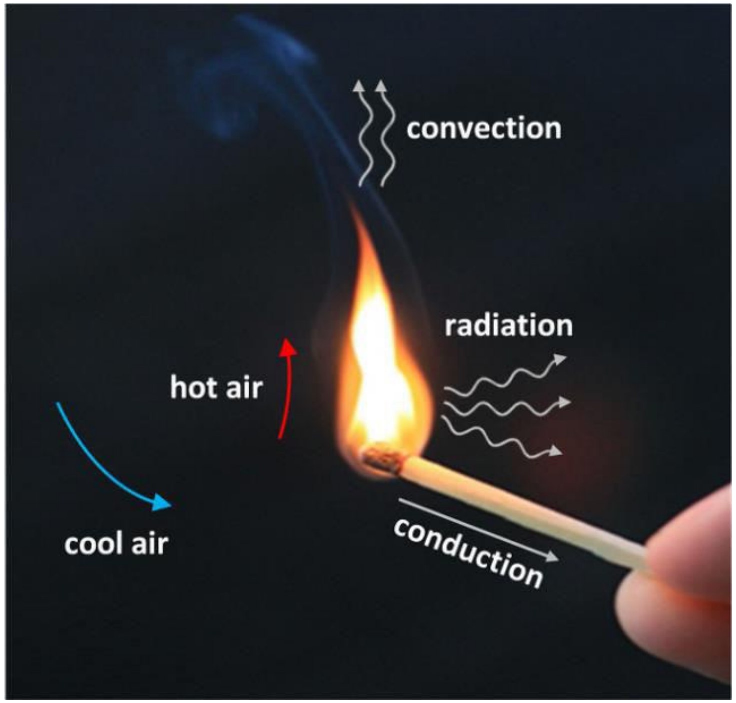
- Konwekcja

- Przewodnictwo cieplne

$$\Phi = -k\nabla T$$

- Efekty te, jako liniowe, dominują przy małych temperaturach





Prawa wypromieniowania ciepła

- J. Stefan, L. Boltzmann: powierzchniowa gęstość mocy (wypromieniowany strumień energii) rośnie z czwartą potęgą temperatury:

$$\Phi = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.67 \ldots 10^{-8} \, \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\mathrm{K}^4}$$

- Zadanie 1: temperatura fotosfery Słońca wynosi około 5700K, zakładając że Słońce jest ciałem doskonale czarnym (co jest dobrym przybliżeniem), obliczyć moc wypromieniowaną przez metr kwadratowy powierzchni Słońca oraz całkowitą moc Słońca ($R_\odot$ =696340 km)

- Zadanie 2: gęstość mocy promieniowania słonecznego na orbicie Ziemi wynosi około 1370 W/m^2. Zakładając, że satelita jest ciałem doskonale czarnym (co oczywiście nie jest prawdą), obliczyć temperaturę równowagi, do której nagrzeje się satelita.

Prawa wypromieniowania ciepła

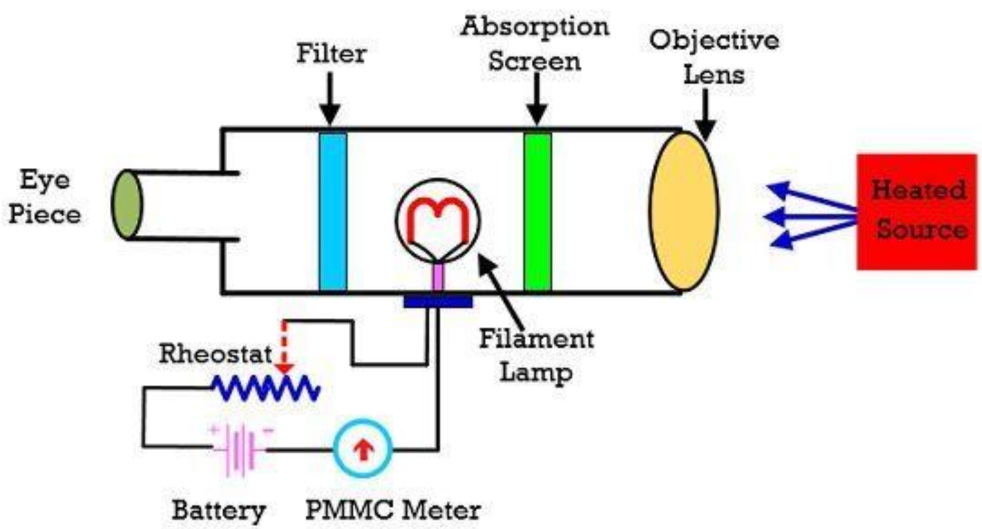
- W. Wien: długość fali odpowiadająca maksimum mocy promieniowania maleje z temperaturą (prawo przesunięć Wiena):

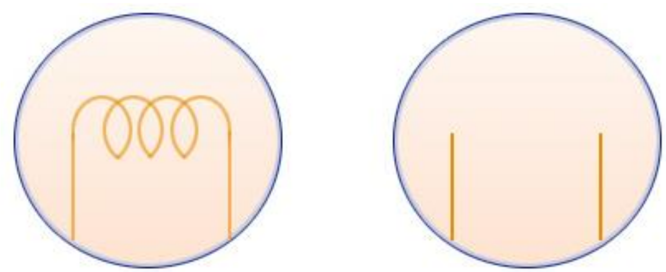
$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}$$

$$b = 2.88777\ldots 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{K}$$

Prawa wypromieniowania ciepła

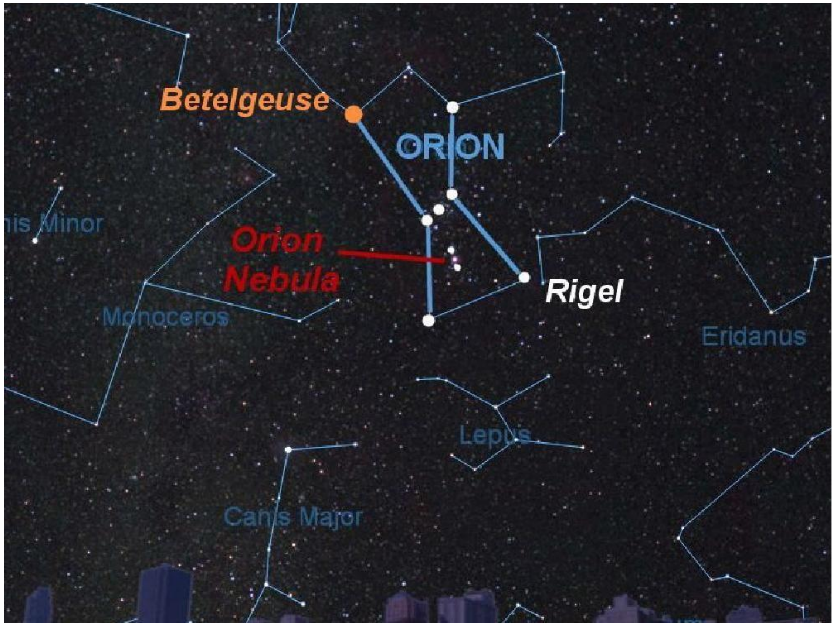
- Zastosowanie prawa Wiena:
- 1. pirometr – temperatura w hutnictwie

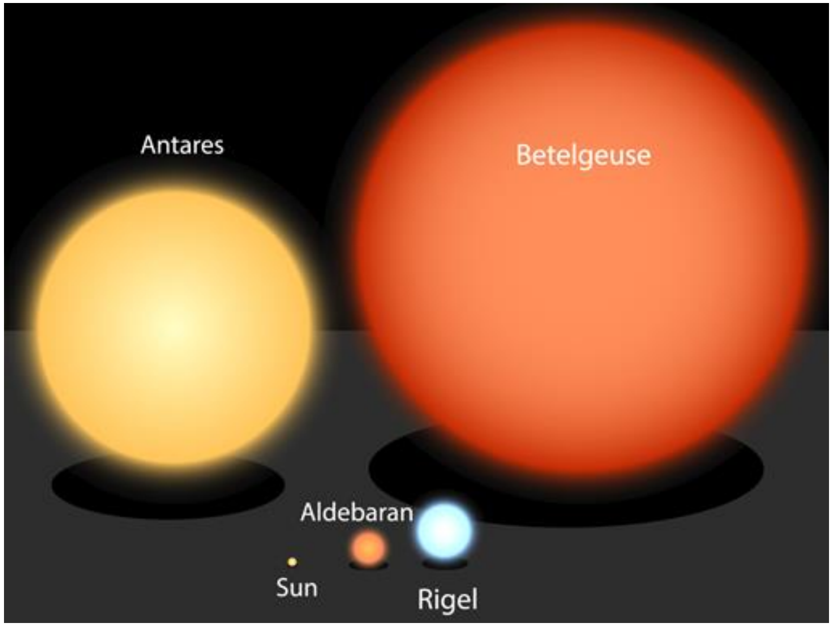




Prawa wypromieniowania ciepła

- Zastosowanie prawa Wiena:
- 2. astronomia – wielkość i temperatura gwiazd





Prawa wypromieniowania ciepła

- W. Wien: długość fali odpowiadająca maksimum mocy promieniowania maleje z temperaturą:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}$$

$$b = 2.88777 \ldots 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{K}$$

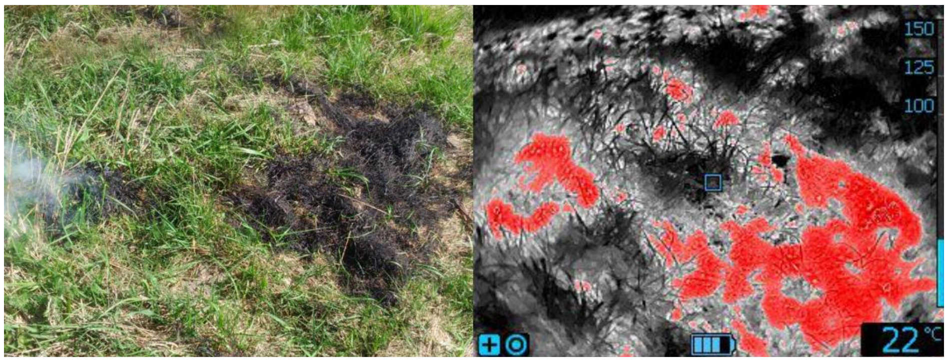
- Zadanie 1: jaka jest temperatura fotosfery Słońca, a jaka gwiazdy Polaris (α Umi), jeśli maksimum promieniowania dla Słońca przypada na 510 nm, a dla Polaris na 350 nm ? Ile wynosi powierzchniowa gęstość mocy Polaris?

- Zadanie 2: wiedząc, że Polaris znajduje się w odległości 430 lat świetlnych, a jej jasność wynosi 2^{m}, podczas gdy jasność Słońca wynosi -27^{m}, oszacuj promień gwiazdy Polaris.

$$m_2 - m_1 = -2.5 \cdot log_{10}\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

Prawa wypromieniowania ciepła

- Zastosowanie prawa Wiena:
- 3. termowizja



Prawa wypromieniowania ciepła

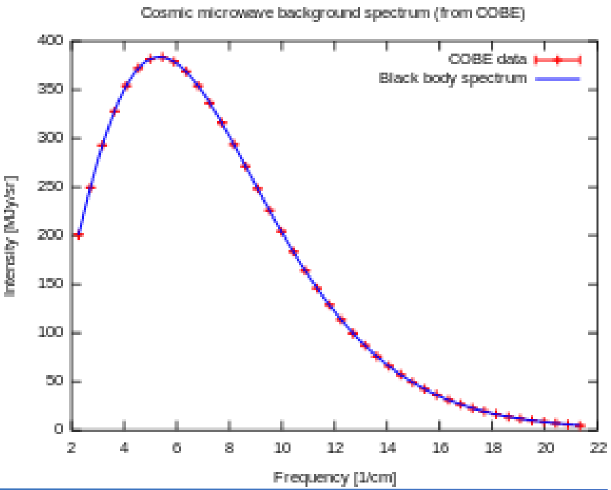
- W. Wien: długość fali odpowiadająca maksimum mocy promieniowania maleje z temperaturą:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}$$

$$b = 2.88777\ldots 10^{-3}\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{K}$$

- Zadanie 3: ile wynosi długość światła odpowiadająca maksimum promieniowania dla ludzkiego ciała (310 K)?

- Zadanie 4: promieniowanie mikrofalowe tła posiada maksimum, którego położenie można przeczytać z tego wykresu. Jakiej temperaturze odpowiada to maksimum?



Prawa wypromieniowania ciepła

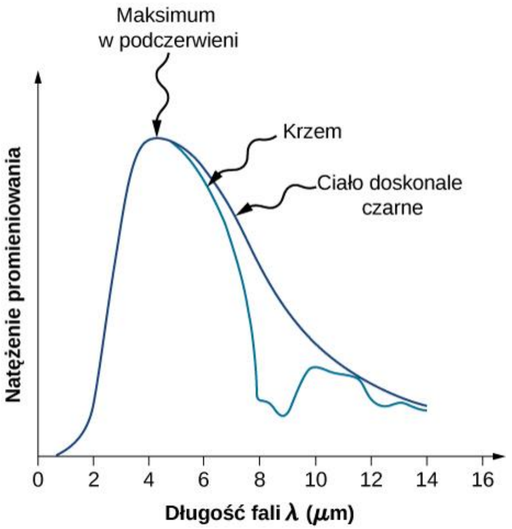
- Prawo Plancka – spektralna radiancja częstotliwościowa:

$$I(f,T) = \frac{2hf^3}{c^2}\frac{1}{e^{\frac{hf}{kT}}-1}\left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2HzSr}}\right]$$

$$h = 6.626\ldots10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s} \qquad k = 1.38\ldots10^{-23}\ \mathrm{J/K}$$

- Prawo Plancka w funkcji długości fali:

$$I(\lambda,T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}}-1}$$

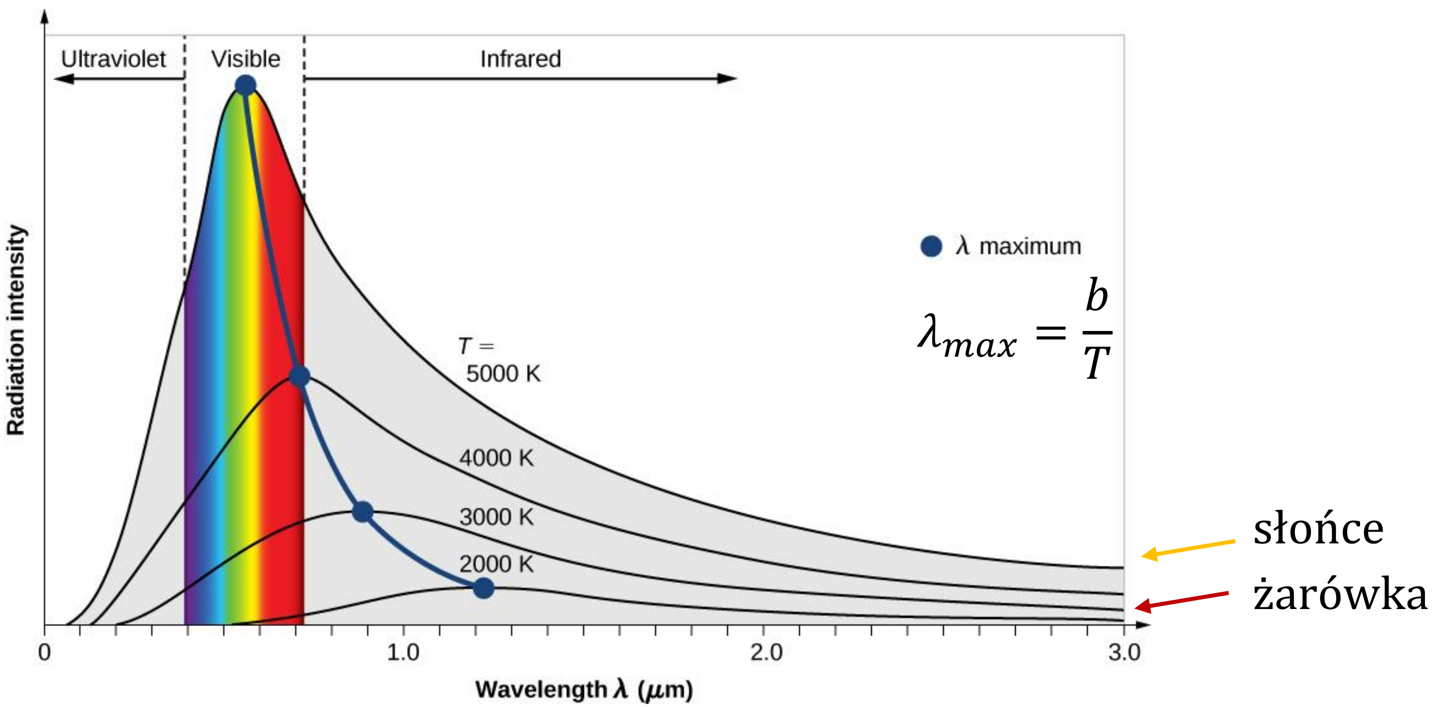


T = 600 K

Prawo Plancka

- Prawo przesunięć Wiena wynika z prawa Plancka:

$$I(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1}$$



Prawo Plancka

- Prawo przesunięć Wiena wynika z prawa Plancka:

$$I(\lambda,T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}}-1}$$

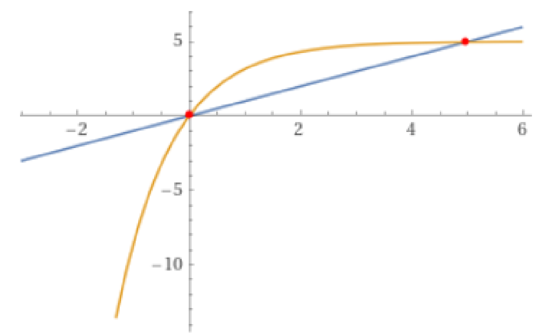
$$\frac{\partial I(\lambda,T)}{\partial\lambda} = \frac{2hc^2}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}}-1}\left(-5\lambda^{-6}+\frac{\lambda^{-5}e^{\frac{hc}{kT\lambda}}\frac{hc}{kT\lambda^2}}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}}-1}\right) = 0$$

$$-5\left(e^{\frac{hc}{kT\lambda}}-1\right)+e^{\frac{hc}{kT\lambda}}\frac{hc}{\lambda kT} = 0 \qquad x = \frac{hc}{kT\lambda}$$

$$5(e^x-1)-xe^x = 0 \qquad x = 5(e^{-x}-1)$$

$$x \approx 4.965$$

$$\lambda_{max} \approx \frac{hc}{4.965kT} \approx 0.0029\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{K}$$



Prawo Plancka

- Prawo Stefana-Boltzmanna wynika z prawa Plancka:

$$\Phi = \frac{P}{A} = \pi \int_0^\infty I(f,T)df$$

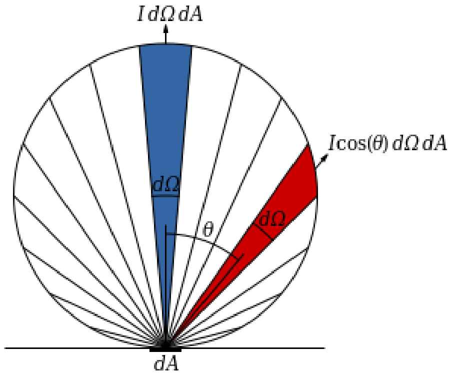
$$\Phi = \pi \int_0^\infty \frac{2hf^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1} df$$

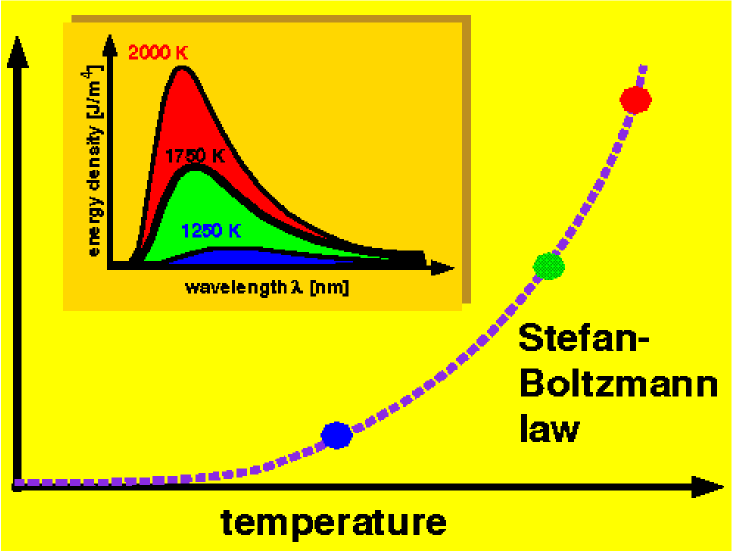
$$\Phi = \frac{2\pi k^3 T^3}{c^2 h^2} \int_0^\infty \frac{\frac{hf^3}{kT}}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1} df$$

$$x = \frac{hf}{kT}$$

$$\Phi = \frac{2\pi k^3 T^3}{c^2 h^2} \Gamma(4) \sum_{n=1}^{\infty} n^{-4} \frac{kT}{h}$$

$$\frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = \sigma$$

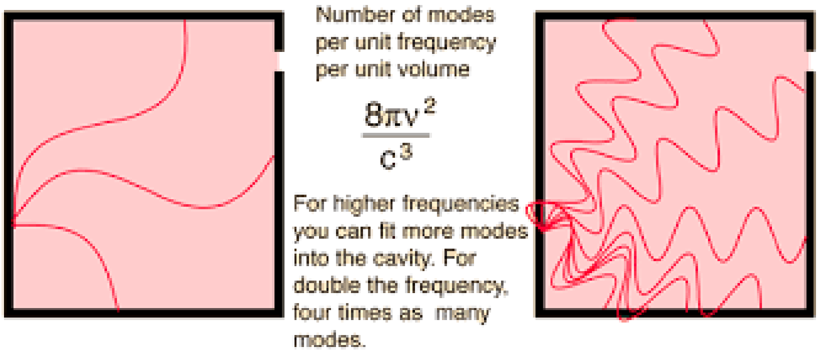


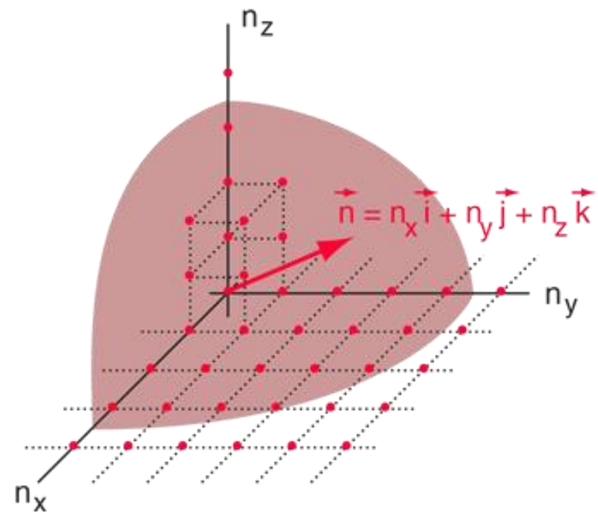


https://gotohaggstrom.com/Deriving%20the%20StefanBoltzmann%20law%20from%20Plancks%20law.pdf

Promieniowanie we wnęce

- Ile węzłów fali stojącej zmieści się w pudełku a*a ?





$$E(x,t) = E_0\sin(\omega t - kx) + E_0\sin(\omega t + kx) =$$
$$2\,E_0\cos(kx)\,\sin(\omega t)$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{cn}{2a}$$

$$N(f)df = 2\frac{4\pi a^3}{c^3}f^2df$$

Prawo ekwipartycji energii:

$$E_k = \frac{ikT}{2}$$

„Katastrofa”

Promieniowanie we wnęce

- Jak obliczyć średnią energię?

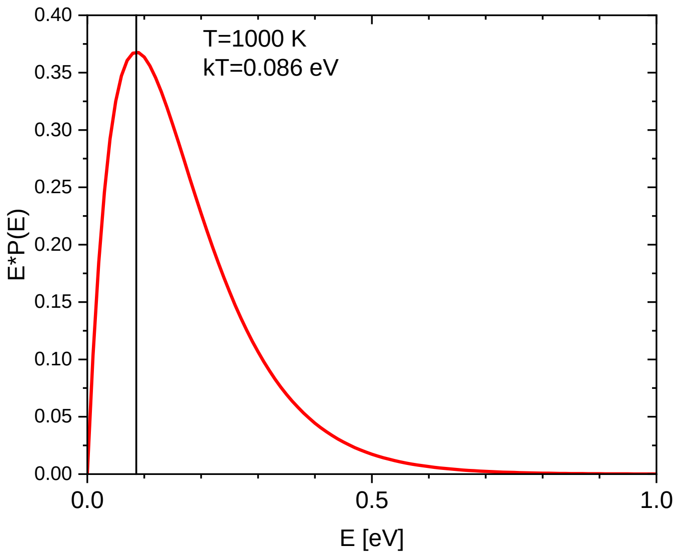
Rozkład Boltzmanna – statystyka obsadzenia stanów energetycznych:

$$P(E_k)dE_k = \frac{e^{-\frac{E_k}{kT}}}{kT}dE_k$$

$$k = 1.38 \ldots 10^{-23}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$$
$$= 8.6 \ldots 10^{-5}\,\frac{\mathrm{eV}}{\mathrm{K}}$$

Średnia wartość energii:

$$\overline{E_k} = \frac{\int_0^\infty E_k P(E_k)dE_k}{\int_0^\infty P(E_k)dE_k}$$



Promieniowanie we wnęce

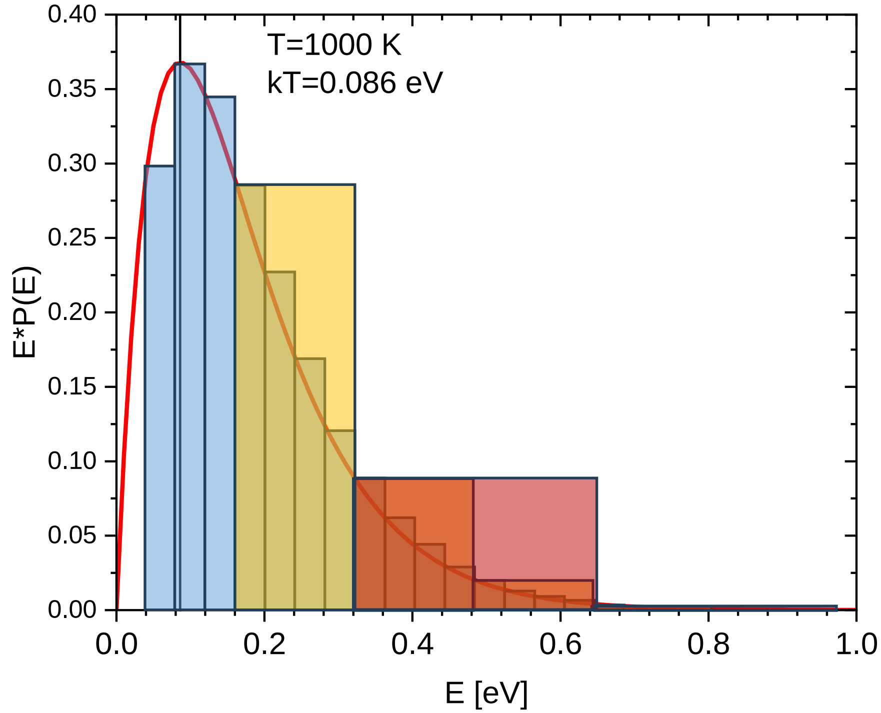
- Max Planck: energia zależy od częstotliwości i jest skwantowana:

$$E_k = nhf$$

Średnia energia:

$$\overline{E_k} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} E_k P(E_k)}{\sum_{n=0}^{\infty} P(E_k)}$$

$$\overline{E_k} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nhf}{kT} e^{\frac{-nhf}{kT}}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{\frac{-nhf}{kT}}}$$



Promieniowanie we wnęce

- Max Planck: energia zależy od częstotliwości i jest skwantowana:

$$E_k = nhf$$

Średnia energia:

$$\overline{E_k} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nhf}{kT} e^{\frac{-nhf}{kT}}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{\frac{-nhf}{kT}}} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\alpha e^{-n\alpha}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\alpha}}, \qquad \alpha = \frac{hf}{kT}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\alpha} = \sum_{n=0}^{\infty} X^n = \frac{1}{1-X}, \qquad X = e^{-\alpha}$$

$$\overline{E_k} = \frac{hf}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}$$

stąd: $\overline{E_k}\frac{N(f)}{a^3}df = \frac{8\pi}{c^3} f^2 \frac{hf}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1} df$

Podsumowanie

- Światło to fala elektromagnetyczna, ale też strumień cząstek – fotonów, które niosą pęd i energię
- Foton to pewna porcja, kwant energii
- Energia elektronu krążącego wokół jądra jest skwantowana
- Energia oscylatora (w skali atomowej) też jest skwantowana
- Skąd się bierze skwantowanie energii małych cząstek?