

niedziela, 12 stycznia 2025

ET zaoczne. Probabilistyka i Statystyka
Zmienna losowa

1.

W pewnej grze trzeba rzucić dwiema kostkami d6 i zsumować ilość oczek. Obliczyć wartość oczekiwaną tej zmiennej losowej oraz jej momenty centralne (wariancję, kurtozę i skośność).

2.

Jakie jest prawdopodobieństwo P , że „szóstka” pokaże się dopiero po k rzutach kością d6? Narysować wykres zmiennej losowej $P(k)$, oraz jej wartość oczekiwaną i momenty centralne.

3.

W pewnym zakładzie działa 5 niezależnych systemów zasilania. Prawdopodobieństwo awarii każdego z nich wynosi 0.25. Niech X będzie zmienną losową opisującą liczbę niesprawnych systemów zasilania. Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej X .

4.

Narysować w arkuszu kalkulacyjnym wykres rozkładu Poissona dla $\lambda=2$ i $\lambda=5$, a także dystrybucję tego rozkładu. Zaznaczyć na wykresie wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe. Oszacować numerycznie skośność i kurtozę (przed urwaniem sumy dla komórek o małym prawdopodobieństwie sprawdzić, czy wynik prawie nie zależy od punktu „urwania”).

5.

Sprawdź dla jakich a funkcja $f(x) = \begin{cases} axe^{-x}, & \text{dla } x \geq 0 \\ 0, & \text{dla } x < 0 \end{cases}$ jest gęstością pewnej zmiennej losowej X .

6.

Funkcja falowa $\Psi(x,t) = A \sin\left(\frac{2\pi \cdot n}{L} x\right)$ jest zdefiniowana jedynie w obszarze $0 \leq x \leq L$, $n > 0$. Jeśli kwadrat tej funkcji jest gęstością prawdopodobieństwa, oblicz stałą A .

7.

Funkcja falowa cząstki tunelującej przez barierę potencjału dana jest wzorem $\Psi(x,t) = A \exp(-kx)$, gdzie amplituda $A < 1$, wektor falowy k jest liczbą rzeczywistą, $x > 0$ jest obszarem bariery. Jeśli kwadrat tej funkcji jest gęstością prawdopodobieństwa, oblicz szansę, że cząstka znajdzie się w odległości co najmniej d w głębi bariery.

8.

Populacja ma rozkład określony funkcją gęstości:

$$f(x) = \frac{2}{a^2} x e^{-\frac{2x}{a}} \text{ dla } x > 0$$

Wyznaczyć jej wartość oczekiwaną oraz wariancję.

<http://layer.uci.agh.edu.pl/~mczapkie/dydaktyka/>