

# Wykład 10: Fale cz. 2

---

dr inż. Zbigniew Szklarski

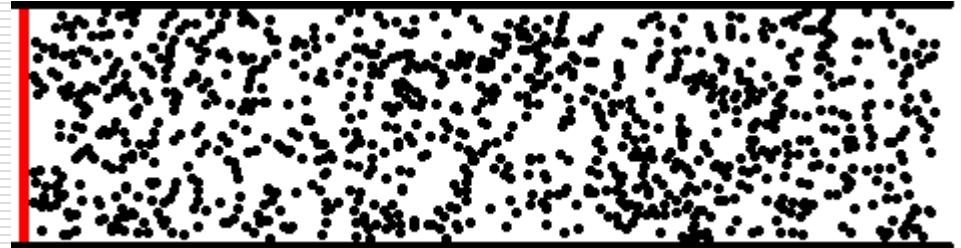
[szkla@agh.edu.pl](mailto:szkla@agh.edu.pl)

<http://layer.uci.agh.edu.pl/Z.Szklarski/>

# Fale sprężyste w gazach

przesunięcie warstwy  
cząsteczek

$$s(x, t) = s_m \cos(kx - \omega t)$$



©2002, Dan Russell

zmiana ciśnienia gazu w rurze

$$\Delta p(x, t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t)$$

gdzie  $\Delta p_m = (v\rho\omega)s_m$

amplituda zmian  
ciśnienia

prędkość fazowa

gęstość

amplituda  
przesunięcia

# Przykłady

---

- Maksymalna amplituda zmian ciśnienia  $\Delta p_m$ , jaką ludzkie ucho może wytrzymać w postaci głośnego dźwięku, jest równa około 28 Pa ( $p_{\text{atm}} = 10^5$  Pa). Znajdź amplitudę przemieszczenia  $s_m$  dla takiego dźwięku, w powietrzu o gęstości  $\rho = 1,21$  kg/m<sup>3</sup>, przy częstotliwości 1000 Hz i prędkości 343 m/s

$$s_m = \frac{\Delta p_m}{v \rho \omega} = \frac{\Delta p_m}{v \rho (2 \pi f)} = 11 \mu\text{m} \quad \text{bardzo mała amplituda !}$$

- Dla najśłabszego słyszalnego dźwięku o częstotliwości 1000 Hz, podczas gdy amplituda zmian ciśnienia wynosi  $2,8 \cdot 10^{-5}$  Pa, to amplituda przemieszczenia wynosi **11 pm**

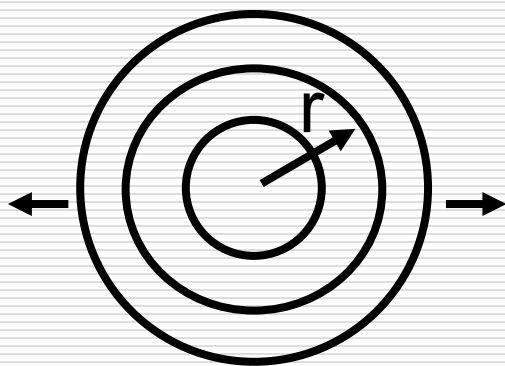
# Natężenie dźwięku

Natężenie  $I$  fali dźwiękowej na pewnej powierzchni jest to średnia szybkość w przeliczeniu na jednostkę powierzchni, z jaką fala dostarcza energię do tej powierzchni (lub przenosi przez nią energię).

$$I = \frac{P}{S}$$

← moc  
← pole powierzchni

dla fali emitowanej izotropowo



$$I = \frac{P_{\text{źr}}}{4\pi r^2}$$

← moc źródła

Podobnie jak dla fali w strunie

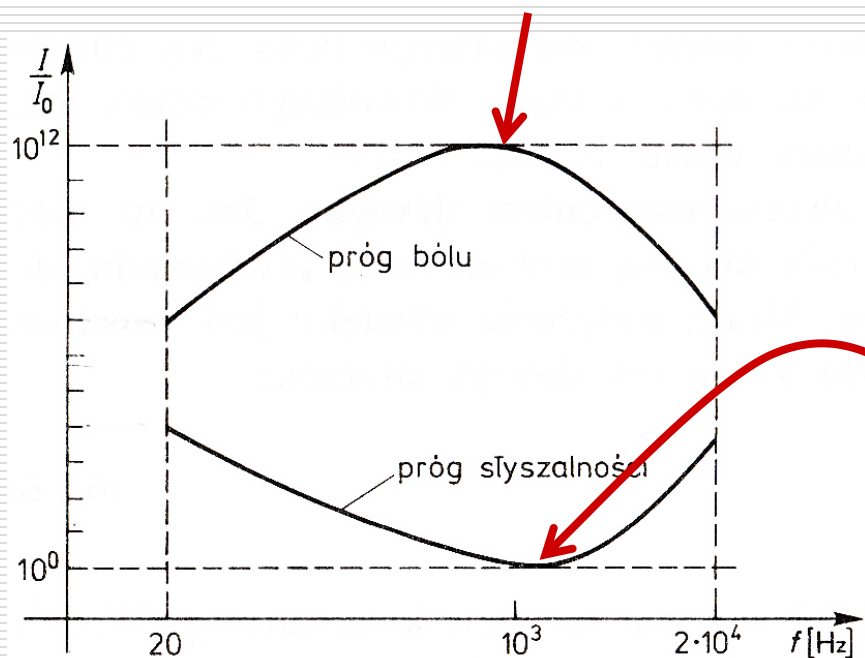
Ucho ludzkie: amplituda przemieszczenia zmienia się od  $10^{-5}$  m dla najgłośniejszego tolerowanego dźwięku do  $10^{-11}$  m dla najśłabszego słyszalnego dźwięku; stosunek tych amplitud wynosi  $10^6$ .

Natężenie dźwięku jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy przemieszczenia, zatem zakres natężeń dźwięku rejestrowany przez ucho jest bardzo duży, około  $10^{12}$

Subiektywnie odczuwalne natężenie dźwięku, tak zwany **poziom natężenia** określamy na podstawie prawa **Webera i Fechnera**. Zmiana intensywności subiektywnego wrażenia dźwiękowego wywoływanego przez dwa dźwięki jest proporcjonalna do logarytmu natężeń porównywanych dźwięków

# Krzywa czułości ucha

górną granicę słyszalności  
dla 1 kHz (120 dB)



Poziom natężenia

$$\Lambda = \eta \log \frac{I}{I_0}$$

$\eta=1$ , jednostką jest 1B (bel)  
 $\eta=10$ , 1dB (decybel)

Natężenie  $I_0 = 10^{-12}$  W/m<sup>2</sup> o  
częstotliwości 1 kHz  
nazywamy natężeniem  
poziomu zerowego (0 dB)

*Ucho ludzkie charakteryzuje się różną czułością dla różnych częstotliwości dźwięku*

# Głośność dźwięku

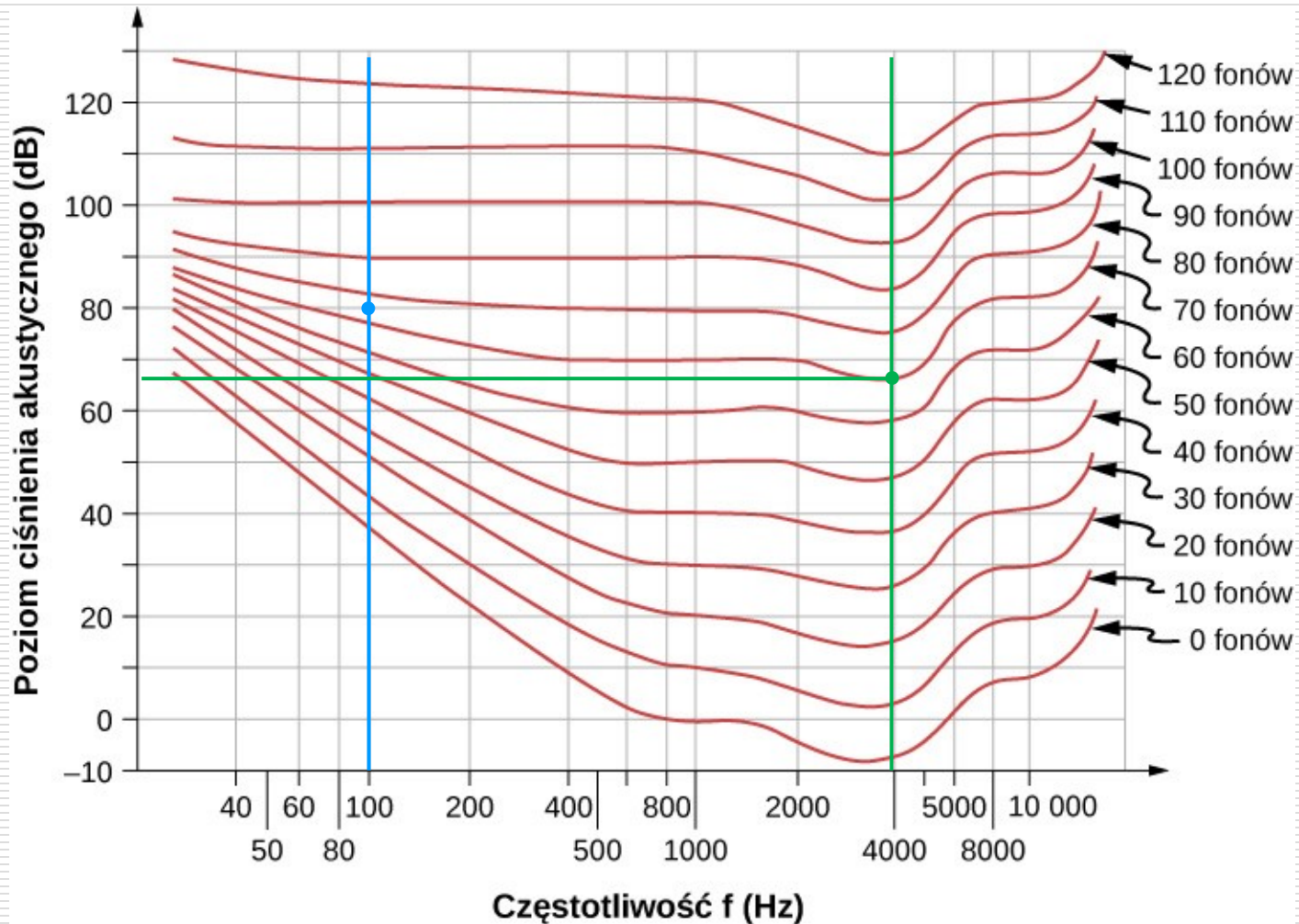
---

Dwa dźwięki o tym samym natężeniu lecz o różnych częstotliwościach nie wydają się nam tak samo głośne, np. dźwięk o częstotliwości 1 kHz odczujemy jako głośniejszy od dźwięku o częstotliwości 0.5 kHz mimo, że w skali decybelowej będą miały jednakowy poziom natężenia.

Głośność dźwięku wyrażamy w fonach. Dany dźwięk ma głośność  $n$  fonów, jeżeli słyszymy go tak samo głośno, jak dźwięk o natężeniu subiektywnym  $n$  decybeli i częstotliwości 1 kHz.

20 fonów odpowiada

200 Hz	40 dB
1000 Hz	20 dB
3000 Hz	15 dB
10 000 Hz	32 dB



1. Jaka jest głośność w fonach dźwięku o częstotliwości 100 Hz, którego poziom natężenia wynosi 80 dB?
2. Ile wynosi poziom natężenia dźwięku o częstotliwości 4000 Hz, którego głośność wynosi 70 fonów?



# Przykłady

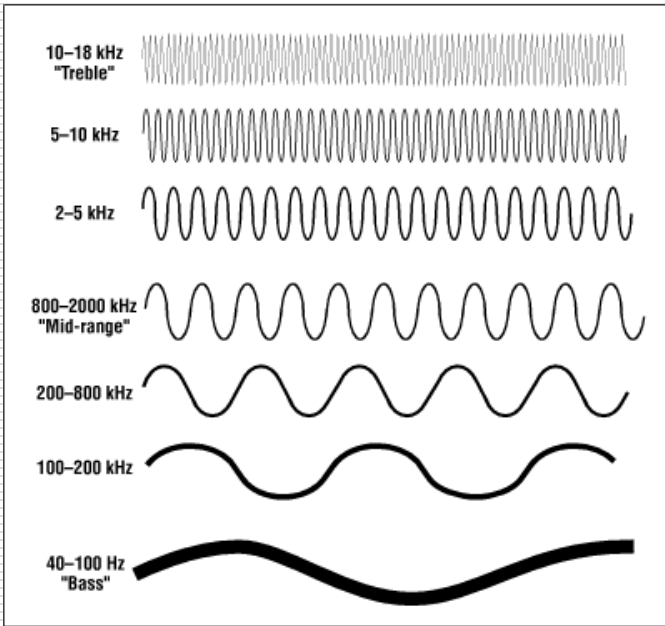
---

1. Amplituda dźwięku wzrosła trzykrotnie. A) Jak (ile razy) zmieniło się natężenie dźwięku. B) O ile decybeli wzrósł poziom natężenia ?
2. Pojedynczy komar lecący w odległości 10m od nas wytwarza dźwięk na granicy słyszalności (0 dB). Jaki byłby poziom natężenia dźwięku wydawanego przez 1000 komarów latających w tej samej odległości?
3. Samolot odrzutowy emituje w ciągu sekundy dźwięk o energii  $2 \cdot 10^5$  J.  
A) Jaki będzie poziom natężenia dźwięku w odległości 40m od samolotu?  
B) Jaki będzie poziom natężenia dźwięku w odległości 300m od samolotu?  
C) Powietrze pochłania dźwięk w stosunku 7 dB/km, zatem jaki będzie poziom natężenia dźwięku w odległości 5 km od samolotu?

# Ton/dźwięk, cechy dźwięku

---

- ton (dźwięk prosty) - drganie sinusoidalne o jednej częstotliwości.
- wieloton harmoniczny (dźwięk złożony) - drganie będące sumą tonów prostych o różnym natężeniu i częstotliwości, będącej wielokrotnością tonu podstawowego (tworzących szereg harmoniczny)
- Cechy dźwięku:
  - I. Wysokość – częstotliwość tonu podstawowego
  - II. Głośność – kwadrat amplitudy
  - III. Barwa – zawartość tonów podstawowych



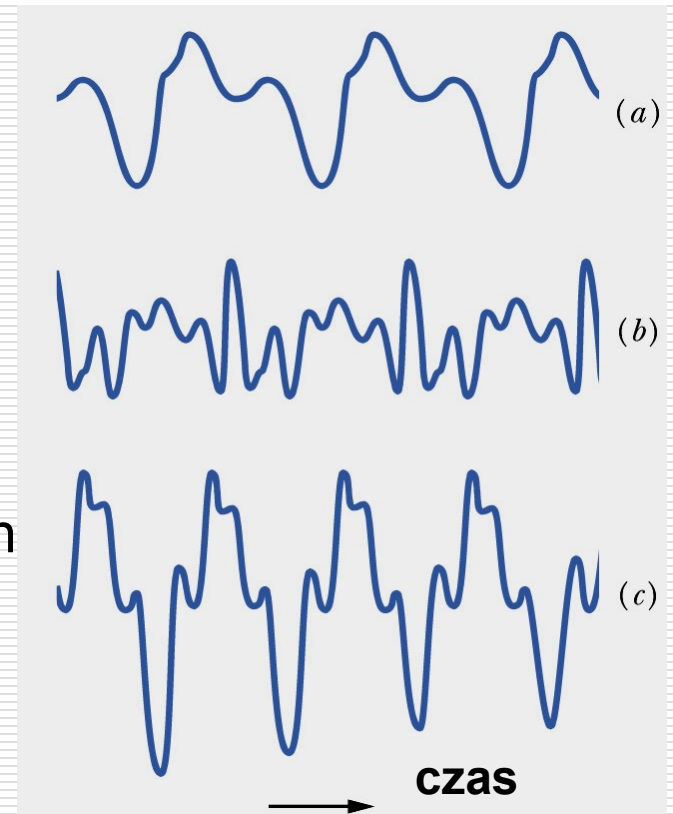
Wysokość dźwięku

## Barwa dźwięku

a) flet

b) obój

c) saksofon



# Zjawiska akustyczne

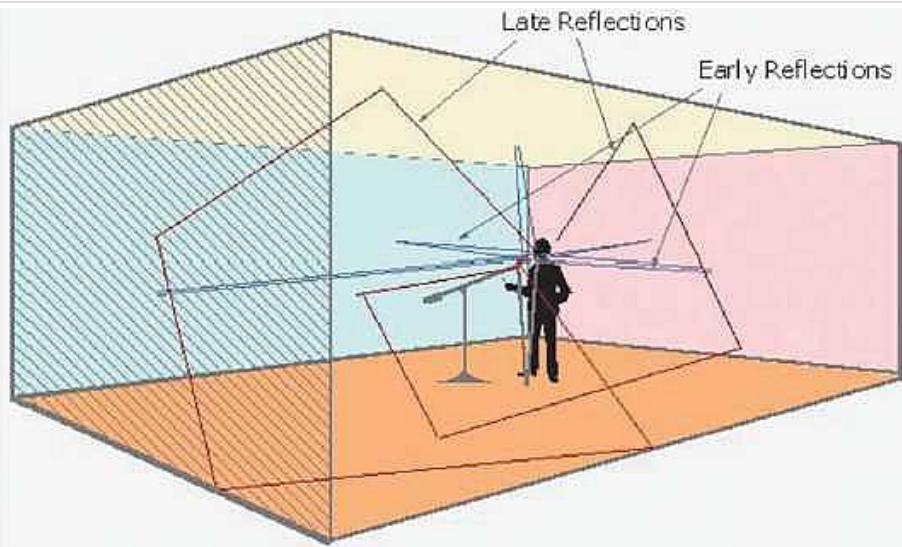
---

- *Echo* – dwu lub kilkakrotne słyszenie tego samego dźwięku w wyniku jednego lub kilku odbić dźwięku od przeszkody leżącej daleko od źródła dźwięku.
- *Pogłos* – subiektywne wrażenie przedłużenia czasu trwania dźwięku w wyniku wielokrotnych odbić dźwięku od blisko położonych przeszkód (pomieszczenia zamknięte).
- *Dudnienia* – okresowe zmiany amplitudy dźwięku wypadkowego (np. drgania dwóch kamertonów o nieco różnych częstotliwościach drgań).

# Zjawiska akustyczne cd.

---

- *Fala uderzeniowa* – powstaje, gdy prędkość źródła fali jest większa niż prędkość rozchodzenia się fali w danym ośrodku. Przykład: samolot naddźwiękowy, strzelanie z bata, fale na wodzie wytwarzane przez szybkie motorówki.
- *Zjawisko Dopplera* – względna zmiana częstotliwości odbierana przez odbiornik, w stosunku do częstotliwości emitowanej przez źródło – występuje w przypadku gdy źródło i odbiornik poruszają się względem siebie.



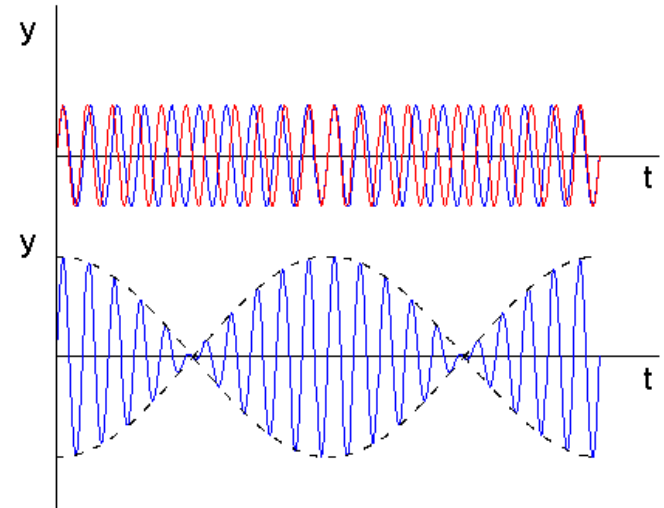
*Wczesne odbicia (early reflections) pochodzą od pojedynczych odbić od ścian, podłogi i sufitu, natomiast odbicia wielokrotne od tych powierzchni określone są mianem późnych odbić (later reflections).*

echo



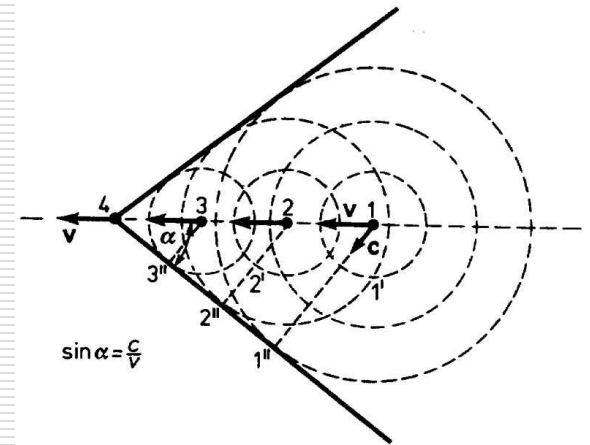
pogłos

dudnienia





fala  
uderzeniowa

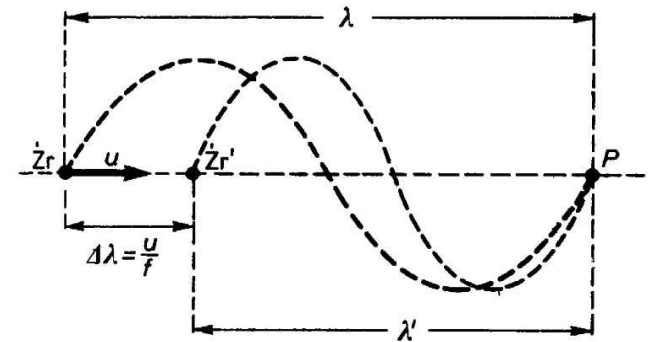


## efekt Dopplera

# Efekt Dopplera

## □ Ruch źródła w kierunku nieruchomego odbiornika.

Źródło emituje dźwięk o częstotliwości  $f$ , który rozchodzi się z szybkością  $v$ . Dodatkowo źródło porusza się w kierunku odbiornika z szybkością  $u$ , który rejestruje odbierany dźwięk o częstotliwości  $f'$ .



$\Delta\lambda$  - skrócenie fali w wyniku ruchu źródła z szybkością  $u$ .

$$\Delta\lambda = \frac{u}{f} = \lambda - \lambda' \qquad f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda - \frac{u}{f}} = \frac{v}{v - u} f$$

czyli  $f' > f$  gdy  $u > 0 \Rightarrow$  gdy źródło oddala się,  
wówczas  $f' < f$



□ **Jednoczesny ruch źródła i odbiornika (zbliżanie się).**

*Źródło porusza się w kierunku odbiornika z szybkością  $u$ , a jednocześnie odbiornik porusza się w kierunku źródła z szybkością  $v_0$ .*

*Wówczas rejestrowana przez odbiornik częstotliwość*

$$f' = \left( \frac{v + v_0}{v - u} \right) f$$

- Wykorzystanie praktyczne zjawiska: radarowy pomiar szybkości, „przesunięcie ku czerwieni” – pomiar szybkości oddalania się galaktyk.

# Podstawowe zjawiska falowe

---

- interferencja
- dyfrakcja
- polaryzacja

a także

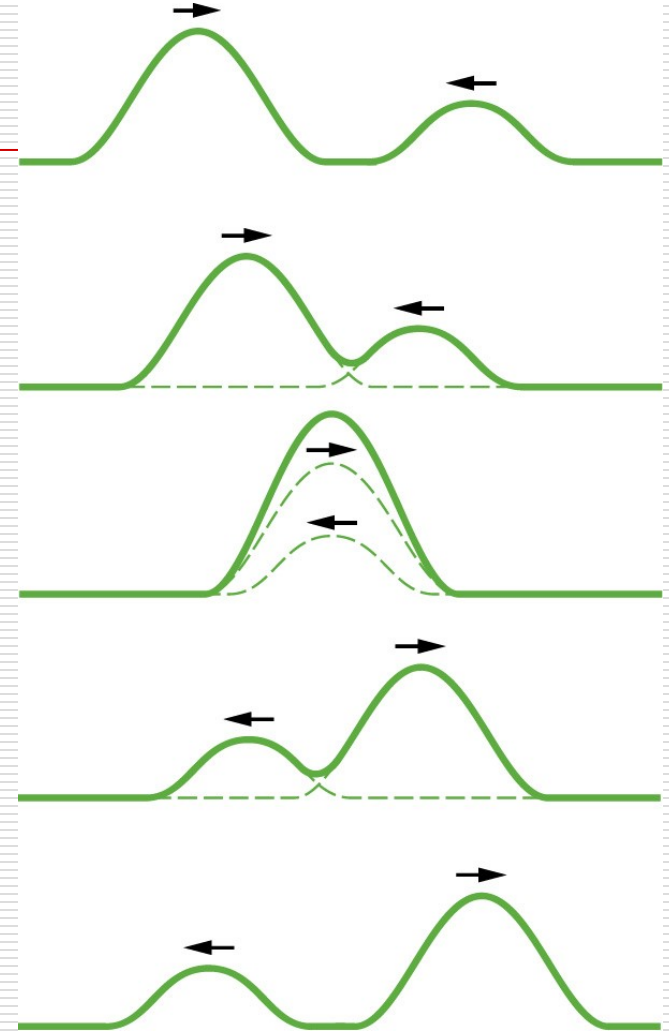
- załamanie, rozszczepienie (dyspersja), odbicie, transmisja, absorpcja

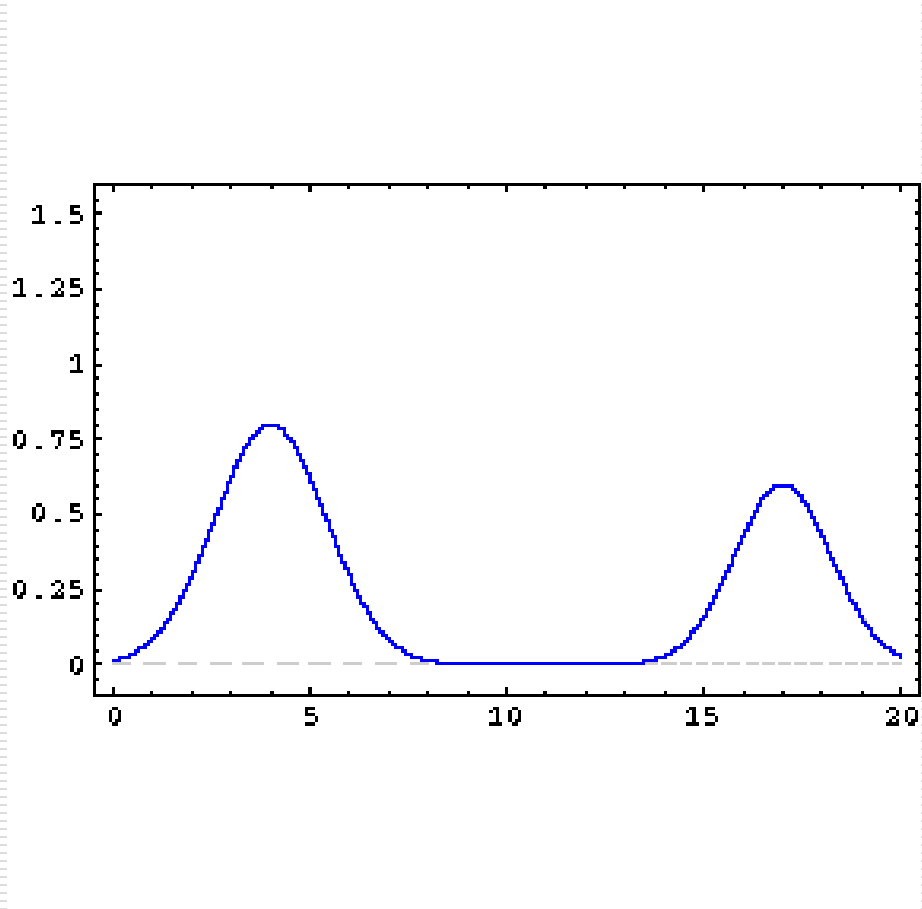
Zjawiska są wspólne dla wszystkich rodzajów fal

# Zasada superpozycji fal

Często się zdarza, że dwie lub więcej fal przechodzi równocześnie przez ten sam obszar. Fale te nakładają się, w żaden sposób nie wpływają na siebie wzajemnie a zaburzenia dodają się algebraicznie tworząc **falę wypadkową**.

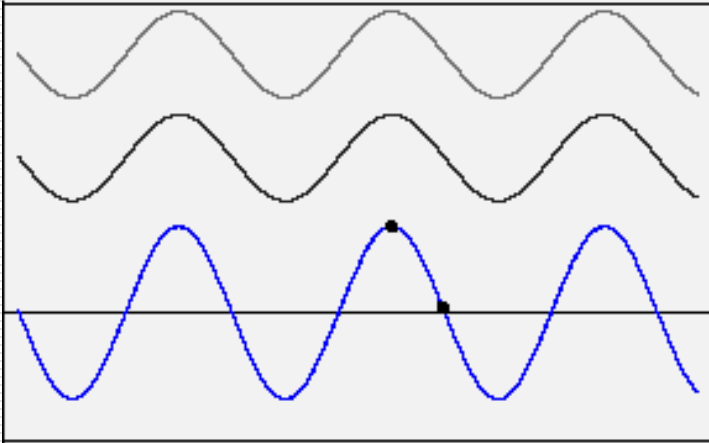
$$y_w(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$$



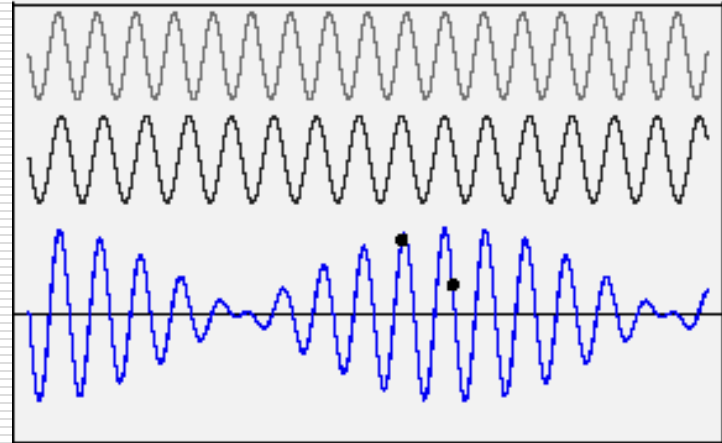


# Skutki superpozycji fal

Wzmocnienie (interferencja konstruktywna) lub osłabienie (interferencja destruktywna)



Dudnienia (nakładanie się fal o bardzo zbliżonych częstościach)



# Interferencja

---

Zakładamy, że dwie sinusoidalne fale o tej samej długości i amplitudzie biegną wzdłuż napiętej liny w tym samym kierunku. Fale te interferują ze sobą dają wypadkową falę sinusoidalną biegnącą w tym samym kierunku. Amplituda fali wypadkowej zależy od względnej różnicy faz fal interferujących.

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$


$$y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

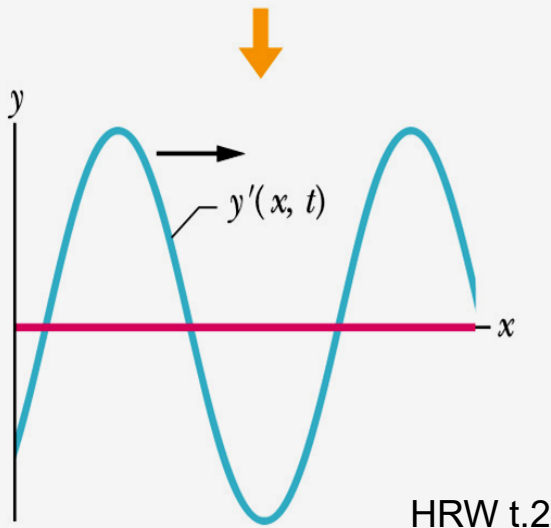
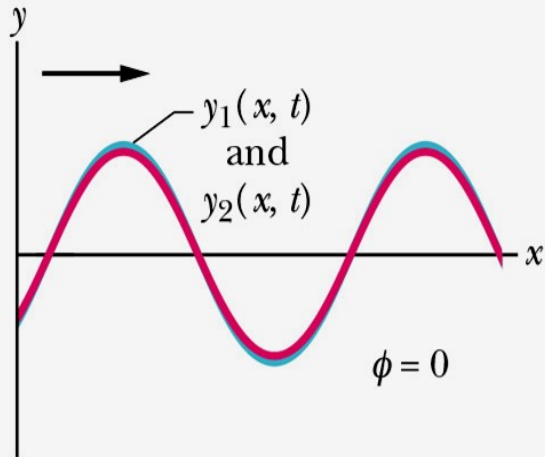
$$y = y_1(x, t) + y_2(x, t) = \underbrace{\left[ 2A \cos \frac{1}{2} \varphi \right]}_{\text{amplituda}} \sin\left(kx - \omega t + \frac{1}{2} \varphi\right)$$

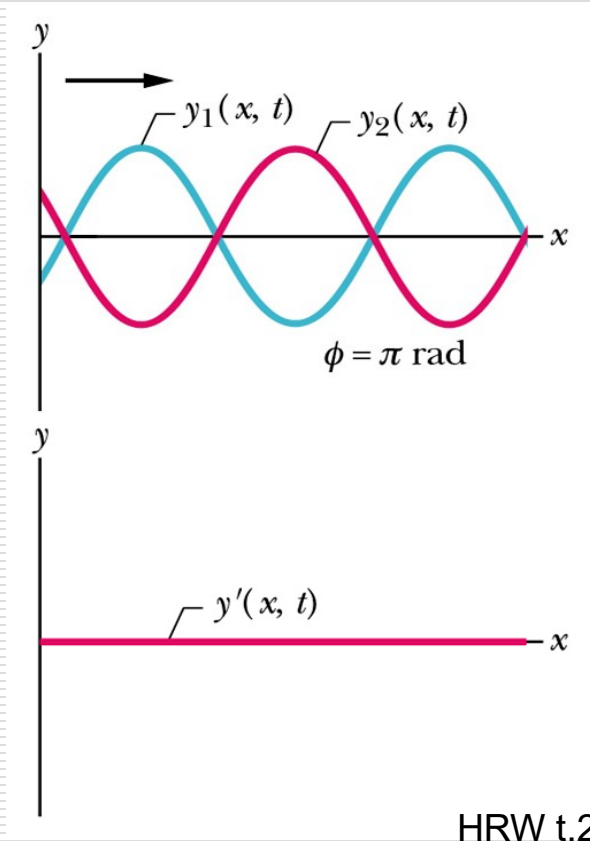
Interferencja konstruktywna (wzmocnienie) występuje, gdy fazy są zgodne, tj. gdy  $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$

Amplituda wypadkowa jest dwukrotnie większa niż amplituda każdej z fal interferujących

$$y'_m = 2A \cos \frac{1}{2} \phi = 2A$$

Natężenie fali wypadkowej jest czterokrotnie większe niż natężenie każdej z fal interferujących





HRW t.2

Interferencja destruktywna – całkowite wygaszenie, gdy fazy są przeciwne, tj. gdy  $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$

Amplituda i natężenie fali wypadkowej wynoszą zero

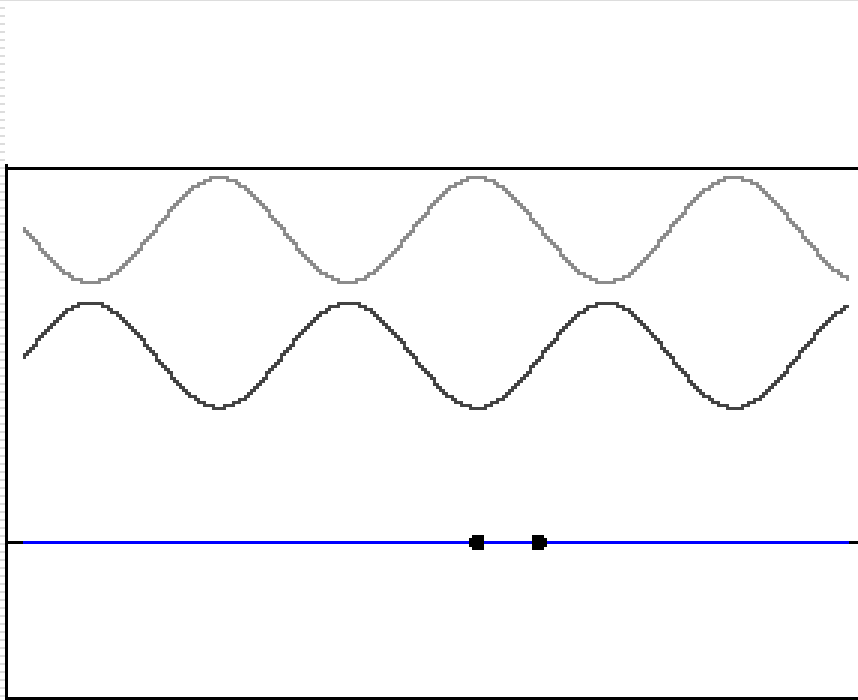
$$y'_m = 2y_m \cos \frac{1}{2}\phi = 0$$

*Przypomnienie: Podobny efekt obserwowaliśmy przy nakładaniu drgań zachodzących wzdłuż jednej prostej*





# Fala stojąca



$$y = B \cdot \cos(\omega t)$$

Fala stojąca powstaje gdy dwie sinusoidalne fale o tej samej długości i amplitudzie biegną wzdłuż napiętej liny w przeciwnym kierunku.

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2(x, t) = A \sin(kx + \omega t)$$

Można pokazać, że

$$y = y_1 + y_2 = \underbrace{[2A \sin kx]}_{B(x)} \cos(\omega t)$$

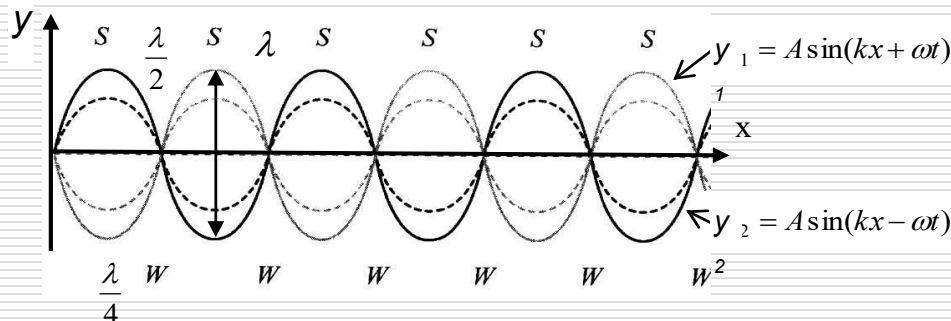
$B(x)$  - amplituda fali

- Amplituda fali stojącej zależy od położenia  $x$  – w pewnych charakterystycznych punktach nastąpi wygaszenie – *węzły*, a w innych wzmocnienie – *strzałka*

- $B_{min} = 0$  – *węzły fali*

$$k \cdot x_w = \pm n \cdot \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x_w = \pm n \cdot \pi$$

$$x_w = \pm n \frac{\lambda}{2}$$



- $B_{max}$  – *strzałki fali*

$$k \cdot x_s = \pm (2n + 1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x_s = \pm (2n + 1) \frac{\pi}{2}$$

$$x_s = \pm (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$$

- Energia w fali stojącej nie może przepłynąć przez węzły (energia kinetyczna i potencjalna w węzłach równa jest zero!) Energia zmagazynowana jest w obszarach pomiędzy kolejnymi węzłami.*

□ Rezonans występuje, gdy przy pewnych częstościach w wyniku interferencji powstaje fala stojąca o dużej amplitudzie.

□ Struna wykazuje rezonans przy pewnych częstościach zwanych częstościami rezonansowymi

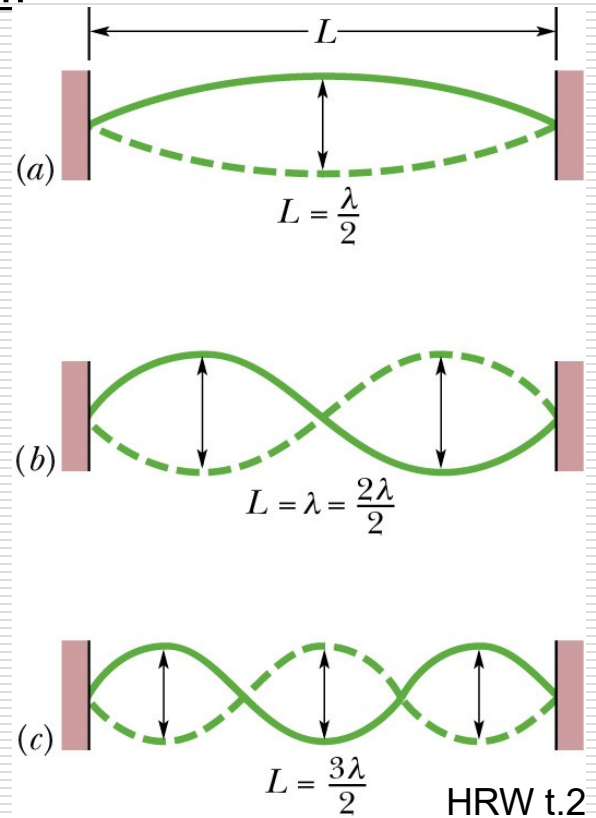
□ Warunki brzegowe - węzły dla  $x = 0$  oraz dla  $x = L \rightarrow y = 0$

□ warunek kwantyzacji długości fali:

$$\lambda_{n'} = \frac{2L}{n'} \quad \text{gdzie } n' = 1, 2, 3, \dots$$

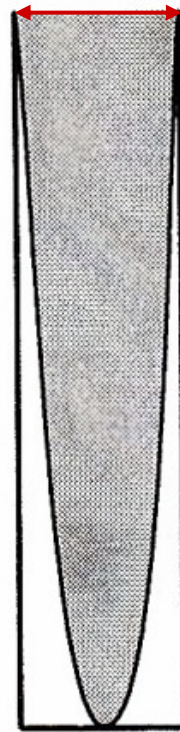
□ warunek kwantyzacji częstości fali:

$$f_n = n' \frac{v}{2L}$$

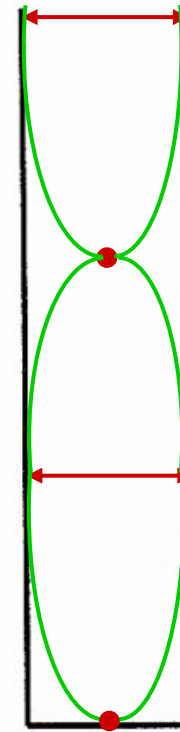


□ **Ćwiczenie:**

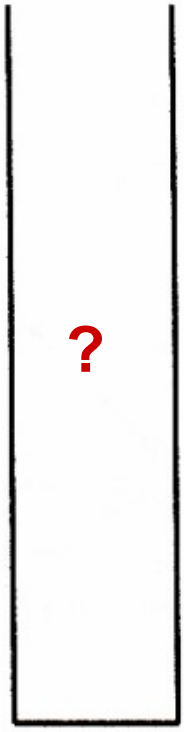
Fala stojąca w pizczalce jednostronnie zamkniętej.  
Narysować powstające wyższe harmoniczne.



1 harmoniczna



2 harmoniczna




3 harmoniczna

Częstości rezonansowe są całkowitymi wielokrotnościami najniższej częstotliwości – częstotliwości podstawowej  $f_1$

$$f_1 = \frac{v}{2L}$$

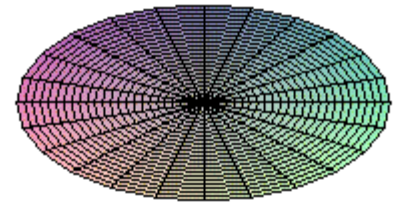
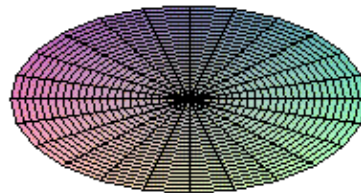
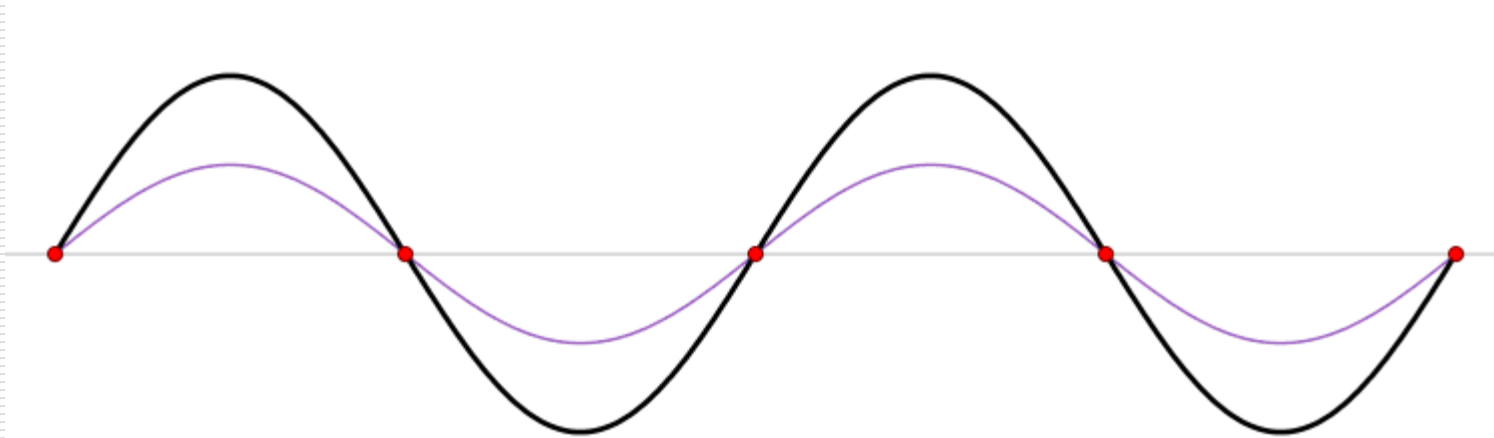
Drganie własne o częstotliwości podstawowej nazywamy modem podstawowym lub pierwszą harmoniczną

Szereg harmoniczny czyli zbiór wszystkich możliwych drgań własnych opisany jest przez

$$f_{n'} = n' f_1$$


liczba harmoniczna

# Fale stojące jedno- i dwuwymiarowe

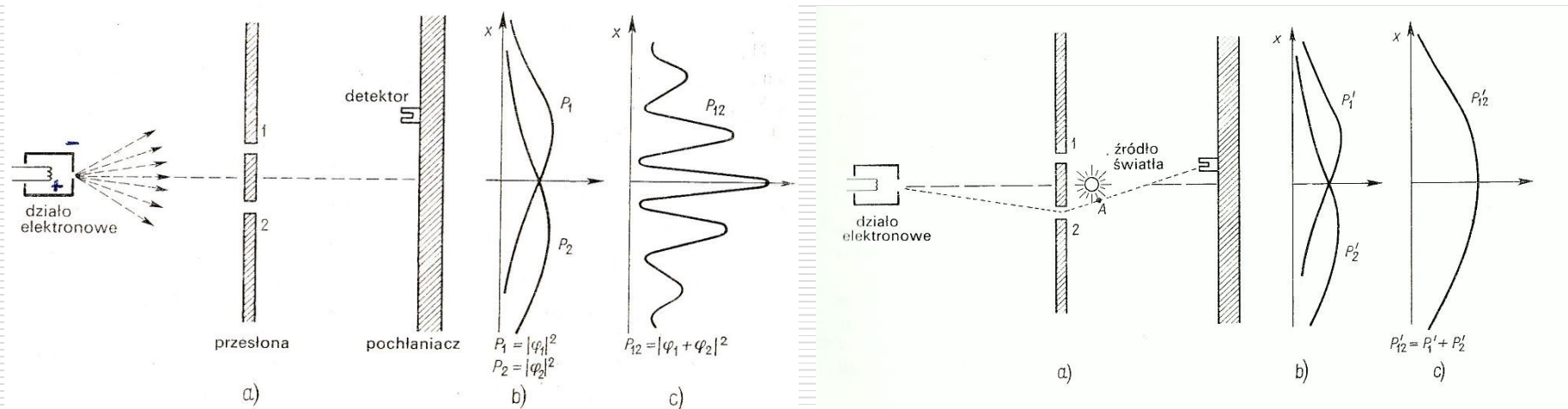
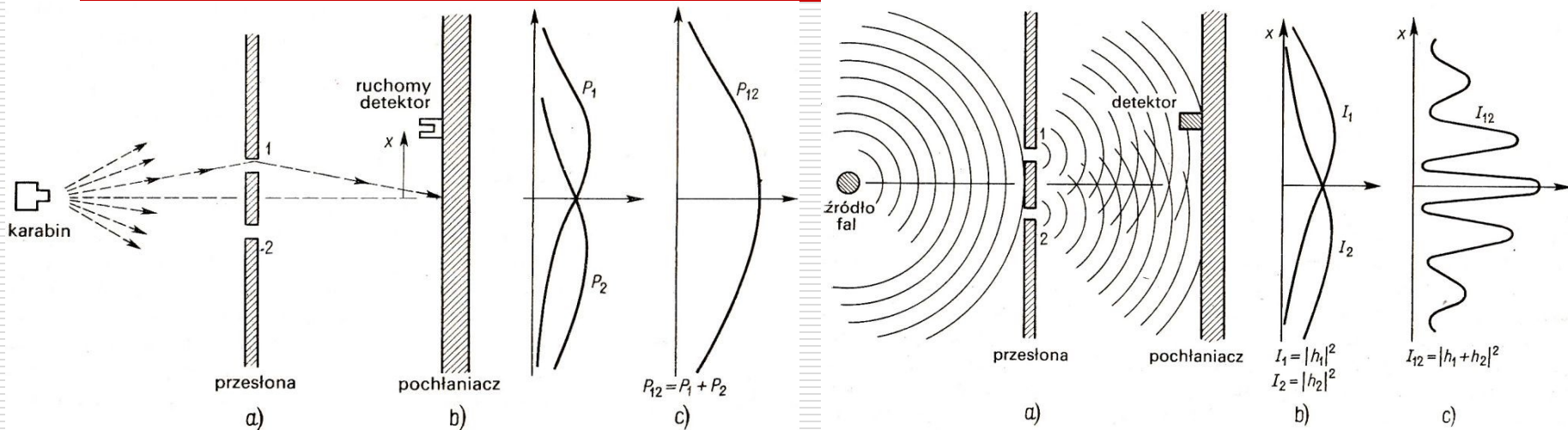


# Przykłady

---

1. W temperaturze  $20^{\circ}\text{C}$  (prędkość dźwięku  $343\text{ m/s}$ ) flet wydaje dźwięk podstawowy C ( $261,6\text{ Hz}$ ), kiedy wszystkie otwory są zasłonięte.
  - A) Jaka jest przybliżona odległość od ustnika do końca fletu?
  - B) Jeżeli temperatura powietrza się obniży do  $10^{\circ}\text{C}$  obniżając szybkość dźwięku do  $337\text{ m/s}$ , to jaka będzie wówczas wysokość wydawanego przez flet dźwięku?
  - C) W jakiej odległości od końca fletu powinien być odsłonięty otwór aby w  $20^{\circ}\text{C}$  flet wydawał dźwięk D o wysokości  $294\text{ Hz}$ ?
2. Dwa głośniki ustawione naprzeciw siebie emitują dźwięki o tej samej amplitudzie i częstotliwości ( $250\text{ Hz}$ ) ale przesunięte w fazie o  $180^{\circ}$ . Jaka jest minimalna odległość tych głośników w której:
  - A) Nastąpi interferencja konstruktywna dźwięków?
  - B) Dźwięki te wzajemnie się wygaszą?

# Fale materii – czy elektron jest falą?





# Czy elektron jest falą czy cząstką? Czy istnieją fale materii?

Hipoteza de Broglie'a odpowiada twierdząco:

długość fali  
stowarzyszonej  
z cząstką

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

stała Plancka  
pęd cząstki

Dyfrakcja fal elektronowych rzeczywiście zachodzi –  
transmisyjna mikroskopia elektronowa TEM

