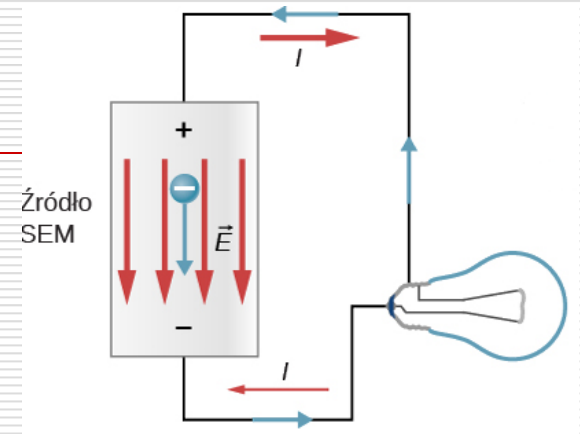
Wykład 13 cz.2: Siła elektromotoryczna i obwody prądu stałego

dr inż. Zbigniew Szklarski
szkla@agh.edu.pl
http://layer.uci.agh.edu.pl/Z.Szklarski/

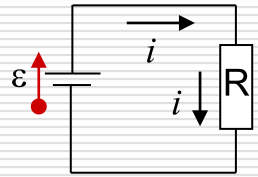
Siła elektromotoryczna (SEM) i opór wewnętrzny



Elektrony po opuszczeniu źródła z bieguna **–** wracają do bieguna **+**. Aby utrzymać różnicę potencjałów między biegunami, źródło *SEM* działa jak pompa i wykonuje pracę nad nośnikami ładunku (elektronami) – przemieszczając je z bieguna **-** źródła do bieguna **+** zwiększając ich energię potencjalną.

Praca na przeniesienie ładunków jest wykonywana dzięki energii.

praca źródła: $\varepsilon = \dfrac{dW}{dq}$



$dW = \varepsilon \cdot dq = \varepsilon \cdot idt$ praca baterii = energii termicznej w R $= i^2 Rdt$

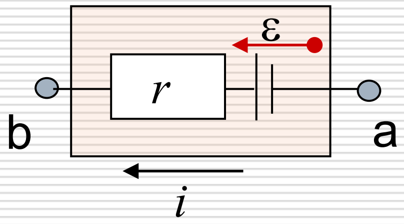
Elektron zderzając się, traci nadwyżkę energii jaką uzyskał od pola **E.** Energia kinetyczna elektronu jest stała, więc stracona energia zamienia się w ciepło.

$$\varepsilon \cdot idt = i^2 Rdt \qquad \Rightarrow \varepsilon = i \cdot R$$

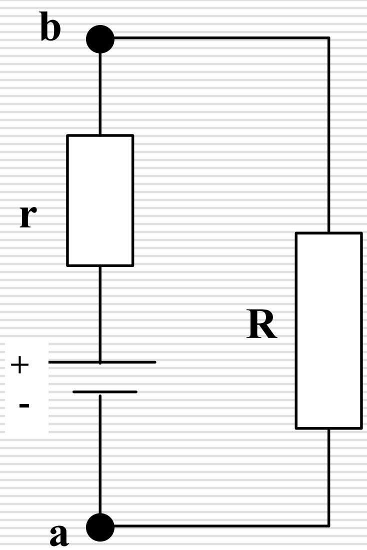
SEM ε jest energią przekazaną przez baterię, przypadającą na jednostkę poruszającego się ładunku.

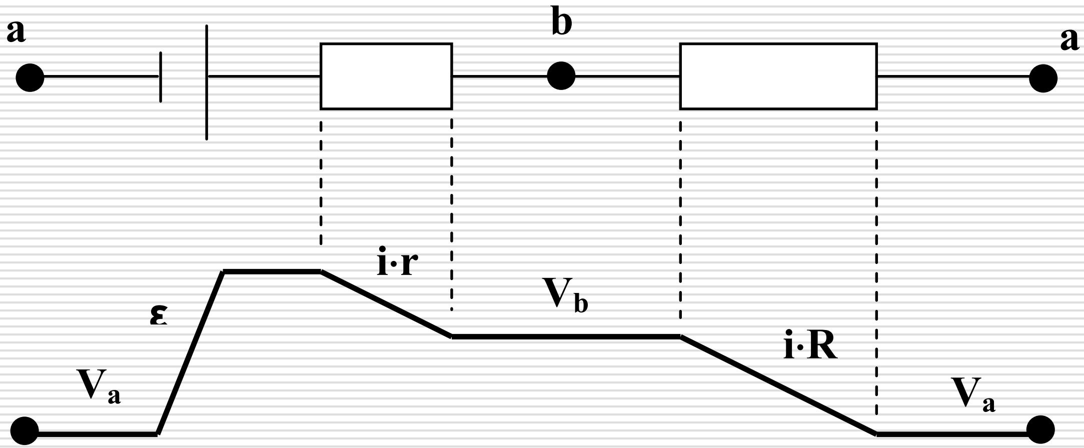
Rozpatrując rzeczywistą baterię, o oporze wewnętrznym *r*:

Napięcie na zaciskach źródła $U_{ab}=\varepsilon - ir$



Moc źródła: $$P = \frac{dW}{dt} = iU_{ab}$$



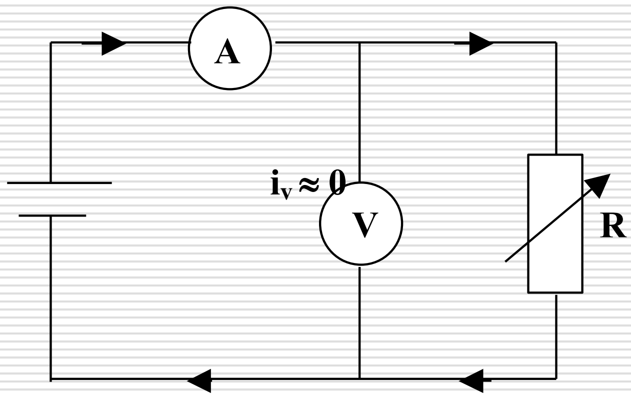


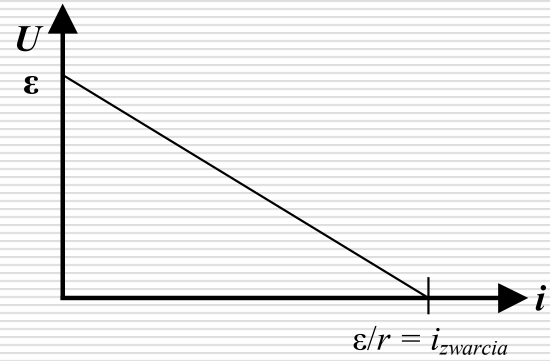
r – opór wewnętrzny źródła $V_a + \varepsilon - i \cdot r - i \cdot R = V_a$

R – opór obciążenia $\varepsilon = i(r + R) \quad \Rightarrow i = \dfrac{\varepsilon}{r + R}$

dla źródła doskonałego mamy $i = \dfrac{\varepsilon}{R}$

Wyznaczanie oporu wewnętrznego ogniwa (źródła SEM).





Założenia: $R_V >> R$ wówczas $i_V \approx 0$ oraz $R_A \approx 0$

Czyli $U = i \cdot R$ $\varepsilon = i \cdot r + U \Rightarrow U = \varepsilon - \boxed{i} \cdot r$

$$y = b - \boxed{x} a$$

lub $$r = \frac{\varepsilon - iR}{i}$$

Moc użyteczna źródła

Moc obciążenia $P_{cał} = P_R + P_r$

$P_R = i^2 R$

$P_r = i^2 r$

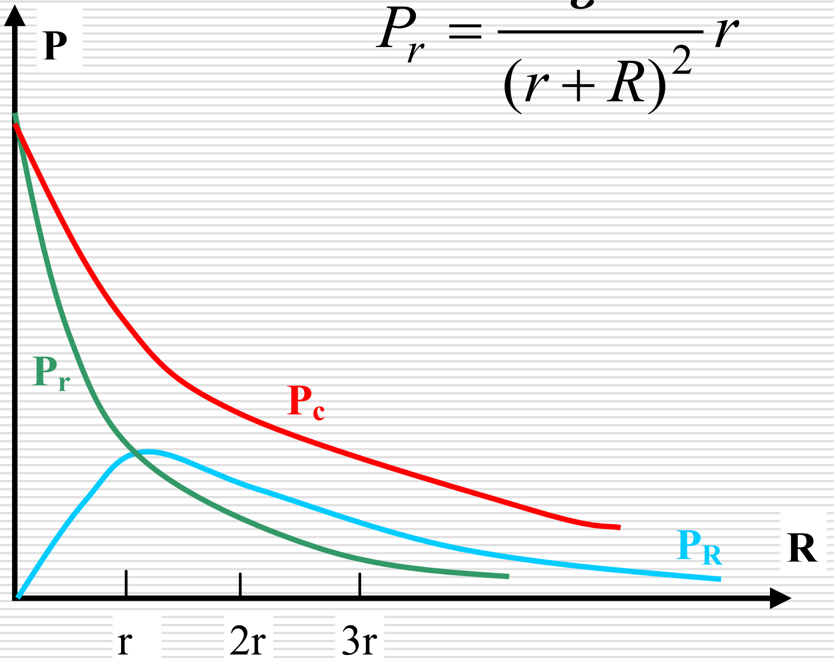
skoro $i = \dfrac{\varepsilon}{r + R}$

więc $P_R = \dfrac{\varepsilon^2}{(r+R)^2} R$

$P_r = \dfrac{\varepsilon^2}{(r+R)^2} r$

Moc całkowita

$$P_{\text{cał}} = \frac{\varepsilon^2}{(r+R)^2}(R+r) = \boxed{\frac{\varepsilon^2}{R+r}}$$



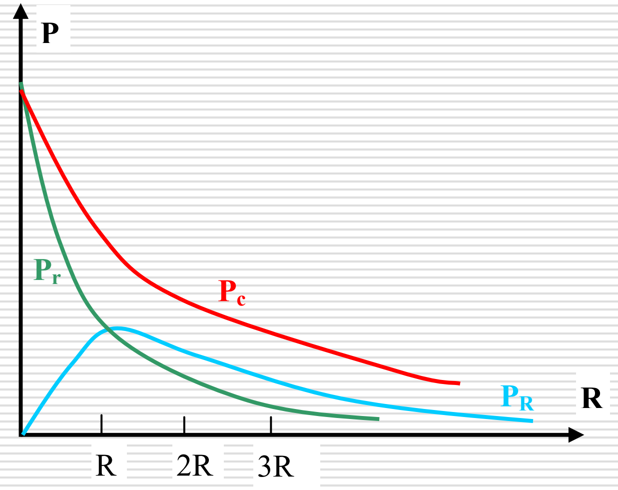
- Dla jakiej wartości oporu zewnętrznego, moc użyteczna osiąga wartość maksymalną?

$$P_R = \frac{\varepsilon^2}{(r+R)^2} R \qquad \frac{dP_R}{dR} = \frac{\varepsilon^2 (r+R)^2 - \varepsilon^2 R \cdot 2(r+R)}{(r+R)^4}$$

$$\varepsilon^2 r + \varepsilon^2 R - 2\varepsilon^2 R = 0 \qquad \Rightarrow \qquad r = R$$

Sprawność ogniwa

$$\eta = \frac{P_R}{P_{cał}} = \frac{\frac{\varepsilon^2}{4R}}{\frac{\varepsilon^2}{2R}} = 0,5$$

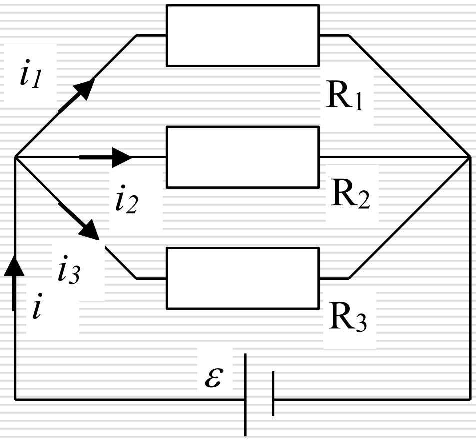


Prawa Kirchhoffa (1824-1887)

- Pierwsze prawo

$$\sum_i i_i^{in} = \sum_i i_i^{out}$$

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$



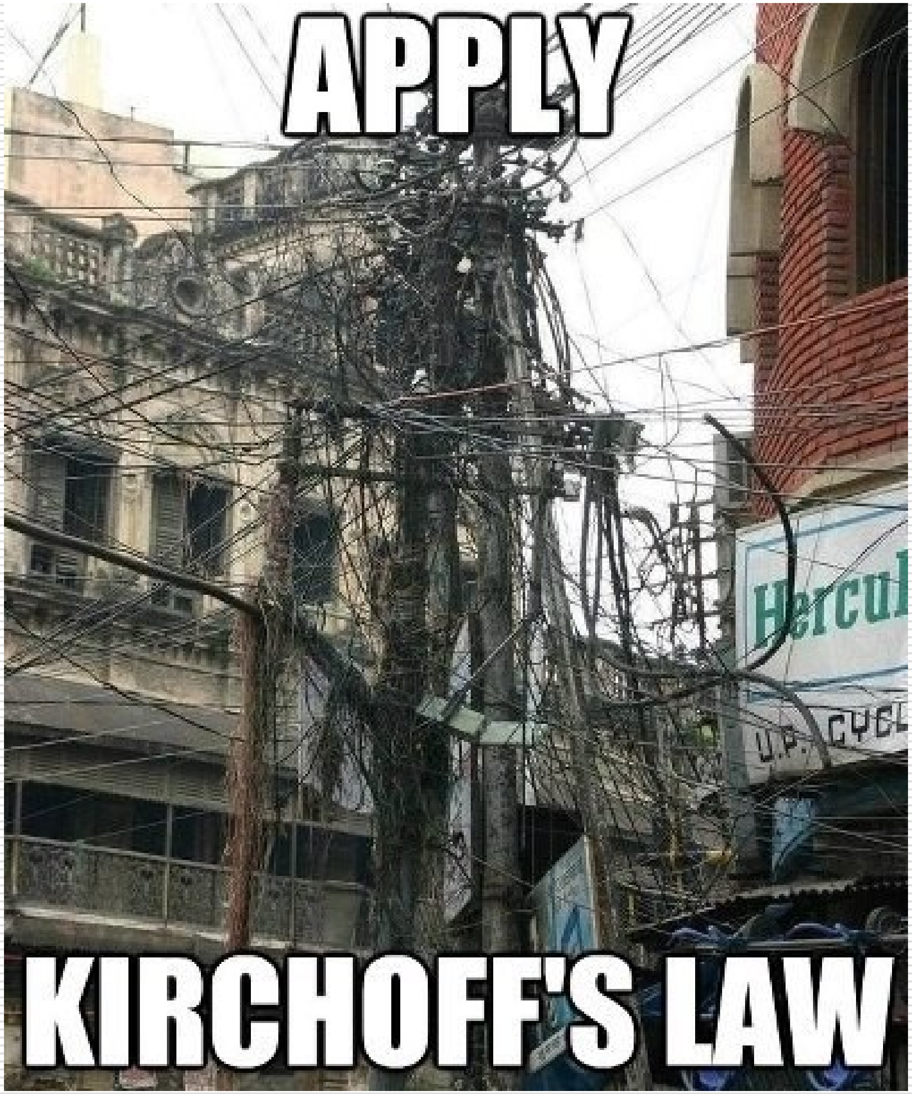
- Drugie prawo

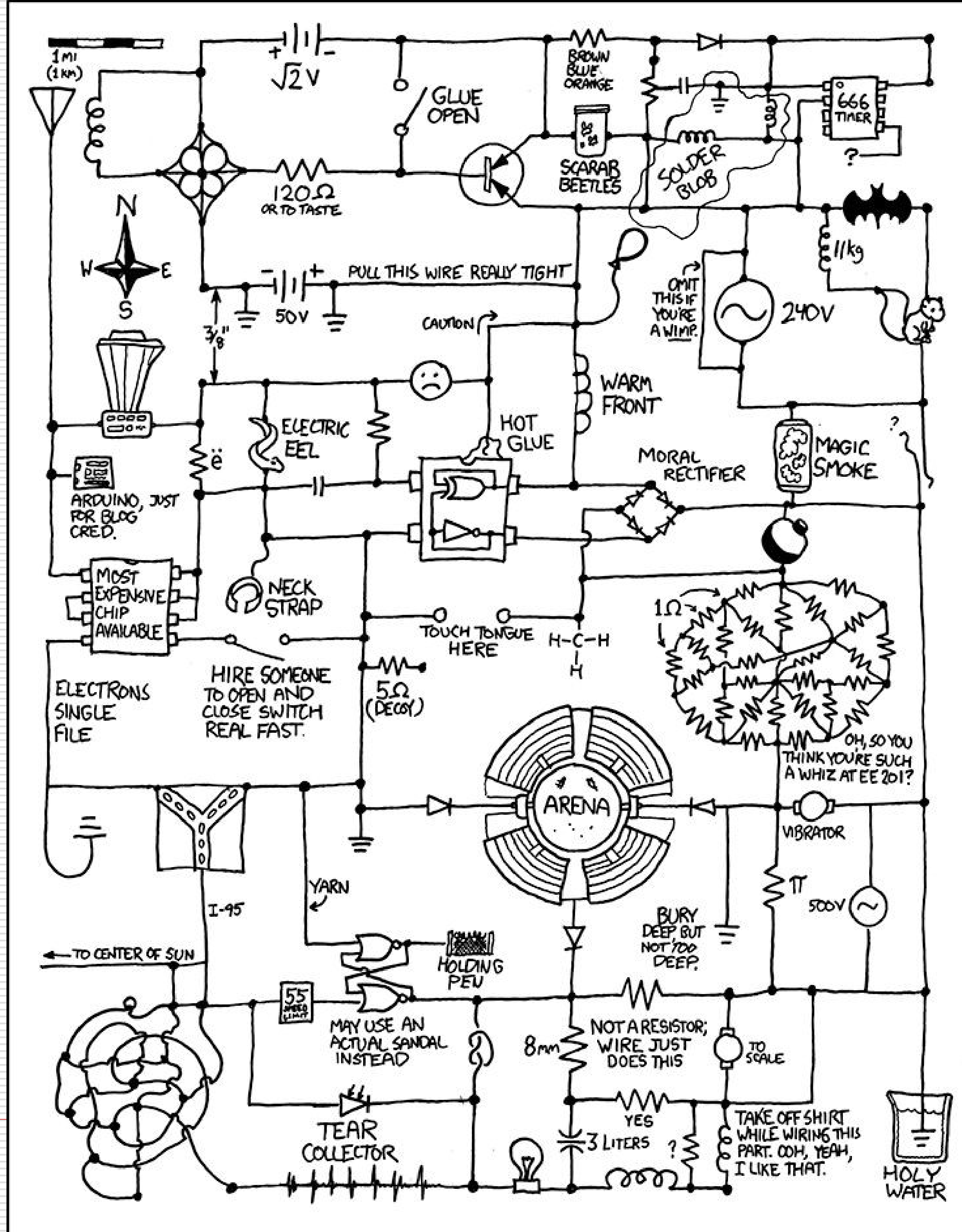
$$\sum_i i_i R_i = \sum_i \varepsilon_i$$

$$i_1 R_1 - i_2 R_2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad i_1 R_1 = i_2 R_2$$

- Zadanie

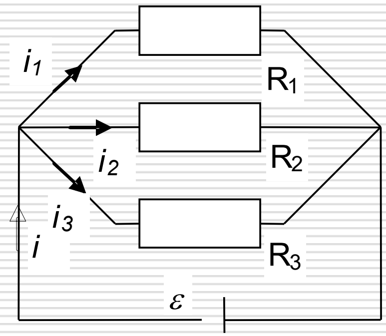




1MI
(1KM)
√2V
GLUE OPEN
BROWN BLUE ORANGE
666 TIMER
?
SCARAB BEETLES
SOLDER BLOB
120Ω
OR TO TASTE
N
W
E
S
11kg
PULL THIS WIRE REALLY TIGHT
50V
3/8"
CAUTION
OMIT THIS IF YOU'RE A WIMP.
240V
WARM FRONT
ELECTRIC EEL
ë
HOT GLUE
MORAL RECTIFIER
MAGIC SMOKE
?
ARDUINO, JUST FOR BLOG CRED.
NECK STRAP
MOST EXPENSIVE CHIP AVAILABLE
1Ω
TOUCH TONGUE HERE
H-C-H
H
ELECTRONS SINGLE FILE
HIRE SOMEONE TO OPEN AND CLOSE SWITCH REAL FAST.
5Ω (DECOY)
OH, SO YOU THINK YOU'RE SUCH A WHIZ AT EE 201?
ARENA
VIBRATOR
YARN
I-95
π
500V
BURY DEEP BUT NOT TOO DEEP.
TO CENTER OF SUN
HOLDING PEN
55 SPEED LIMIT
MAY USE AN ACTUAL SANDAL INSTEAD
8mm
NOT A RESISTOR; WIRE JUST DOES THIS
TO SCALE
TEAR COLLECTOR
YES
3 LITERS
?
TAKE OFF SHIRT WHILE WIRING THIS PART. OOH, YEAH, I LIKE THAT.
HOLY WATER

Opór zastępczy

- połączenie równoległe

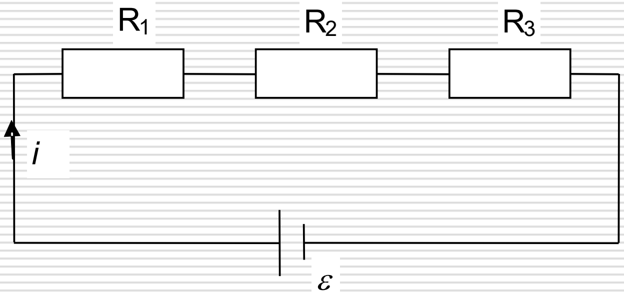


Z I prawa Kirchhoffa:

$$\frac{\varepsilon}{R_z} = \frac{\varepsilon}{R_1} + \frac{\varepsilon}{R_2} + \frac{\varepsilon}{R_3}$$

$$\boxed{\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

- połączenie szeregowe



Z II prawa Kirchhoffa:

$$\varepsilon = iR_1 + iR_2 + iR_3$$

$$iR_z = i(R_1 + R_2 + R_3)$$

$$\boxed{R_z = R_1 + R_2 + R_3}$$

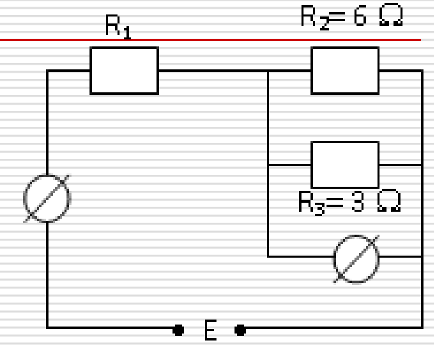
Przykłady

Odpowiedzi:

1 a. $I = 2\ A$ 1 b. $R_1 = 1\Omega$

2 a. $\|$ $R_x = 2\Omega$ 2 b. *bez zmian 400 mV*

3. $P_{PL} = 4800\ W$!!



1. Woltomierz wskazuje napięcie $U_V = 4$ V.

a) Oblicz wskazania amperomierza.

b) Oblicz wartość R_1, jeżeli napięcie $E = 6\ V$.

2. Rzeczywisty amperomierz ma opór wewnętrzny 4 Ω i zakres 100 mA.

a) Co należy zrobić aby trzykrotnie rozszerzyć zakres miernika ?

b) Jak zmieni się po modyfikacji jego zakres w roli woltomierza ?

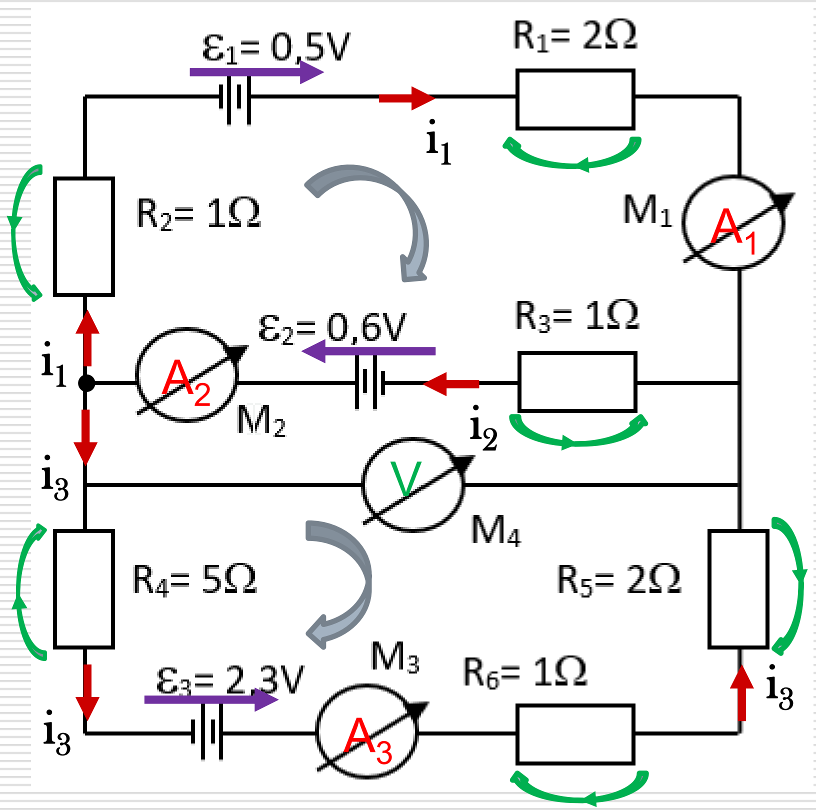
3. Czajnik elektryczny o mocy 1200 W dostosowany do napięcia 110V kupiony w USA, zawieziono do Europy gdzie stosuje się napięcie 220 V. Jaka będzie moc tego czajnika włączonego do gniazdka w Europie?

4. Oblicz wskazania mierników oraz moc traconą w obwodzie.

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = i_1(R_1 + R_2) + i_2 R_3$$

$$i_2 = i_1 + i_3$$

$$i_3(R_4 + R_5 + R_6) + i_2 R_3 = \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

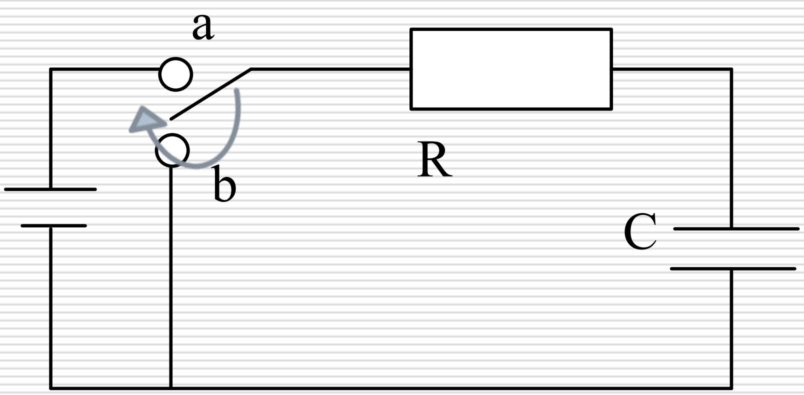


Stąd: $i_1 = 0{,}2\ A;\quad i_2 = 0{,}5\ A;\quad i_3 = 0{,}3\ A;$

$$U = \varepsilon_2 - i_2 \cdot R_3 = 0{,}1V$$

$$P = i_3^2 \cdot (R_4 + R_5 + R_6) + i_2^2 \cdot R_3 + i_1^2 \cdot (R_1 + R_2) = 1{,}09\ \mathrm{W}$$

Obwód RC – zasada zachowania energii



Przełącznik znajduje się w pozycji **a)** - ładowanie kondensatora C.

Zmiana energii źródła dającego ładunek dq $$dW_{zr} = \varepsilon \cdot dq$$

Elementarne ciepło wydzielane na *R* $$dW_R = i^2 R \cdot dt$$

Zmiana energii kondensatora $$dW_C = d\left(\frac{q^2}{2C}\right)$$

$$\varepsilon dq = \underbrace{i^2 R dt}_{\text{energia cieplna}} + \underbrace{d\left(\frac{q^2}{2C}\right)}_{\text{energia zgromadzona na kondensatorze}}$$

energia cieplna

energia zgromadzona na kondensatorze

$$\varepsilon dq = i^2 R dt + d\left(\frac{q^2}{2C}\right) \qquad \Rightarrow \varepsilon dq = i^2 R dt + \frac{q}{C} dq \,\Big|: dt$$

$$\varepsilon \frac{dq}{dt} = i^2 R + \frac{q}{C}\frac{dq}{dt} \qquad i = \frac{dq}{dt}$$

$$\varepsilon \cdot i = i^2 R + \frac{q}{C} i \qquad \Rightarrow \boxed{\varepsilon = iR + \frac{q}{C}}$$

Jest to II prawo Kirchhoffa:

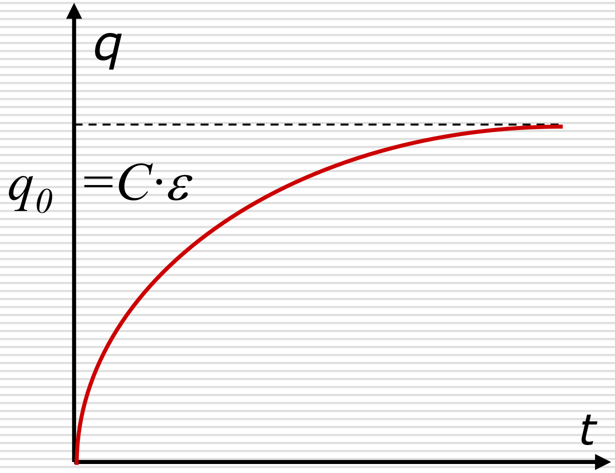
$$\varepsilon - iR - \frac{q}{C} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \varepsilon = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} \qquad \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q - \frac{\varepsilon}{R} = 0$$

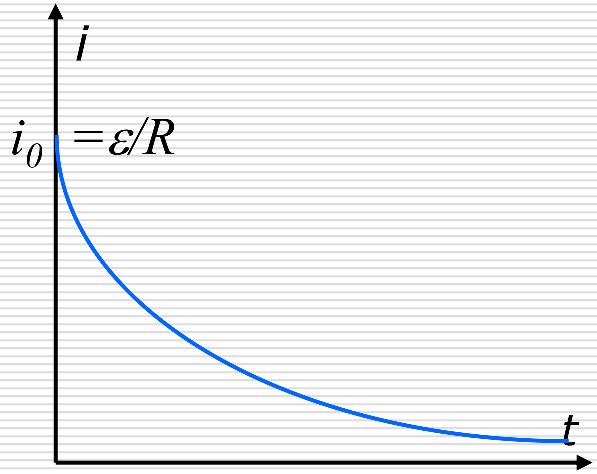
$$\frac{dq}{dt}+\frac{1}{RC}q-\frac{\varepsilon}{R}=0$$

rozwiązaniem tego równania jest funkcja:

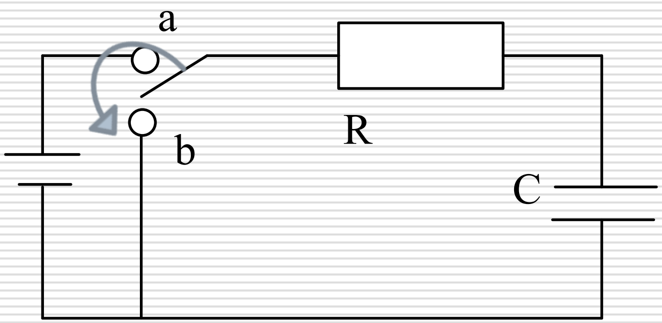
$$q(t)=C\varepsilon\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$i=\frac{dq}{dt}=C\varepsilon\frac{1}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}=\frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$





Przełącznik w pozycji **b)**
- rozładowanie kondensatora C



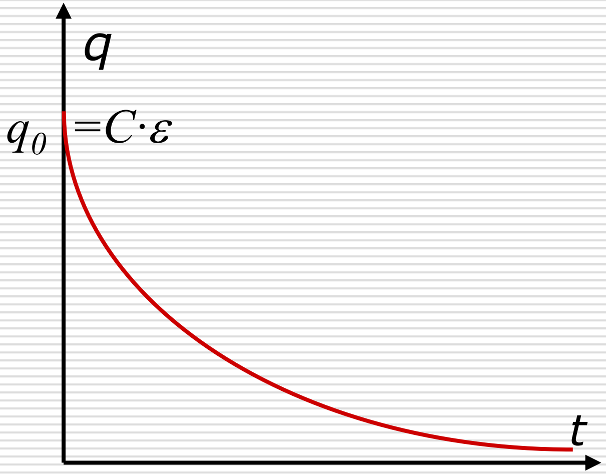
II prawo Kirchhoffa: $0 = i \cdot R + \frac{q}{C}$ czyli $0 = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$

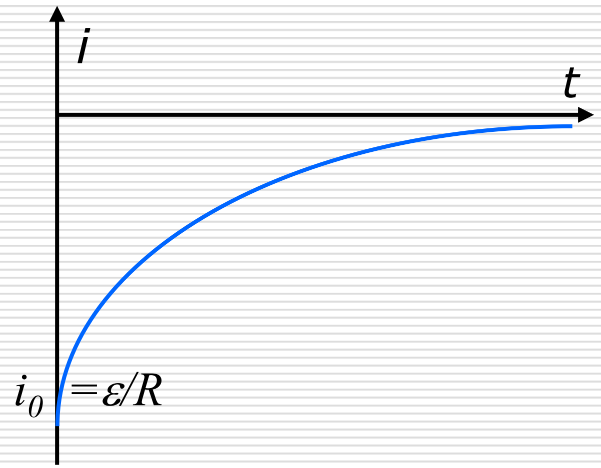
Rozwiązaniem równania różniczkowego: $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = 0$

jest funkcja:

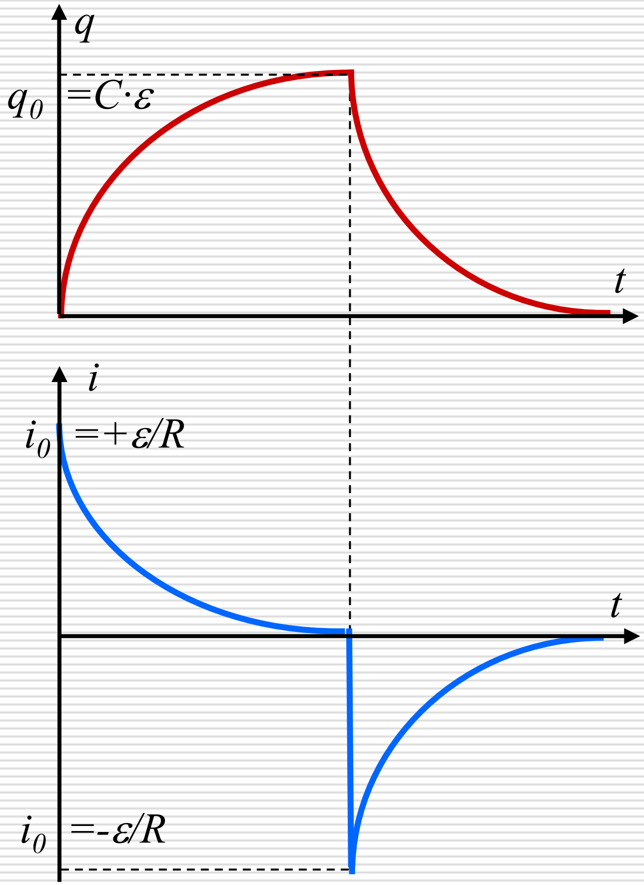
$$q(t) = q_0 e^{-\frac{t}{RC}} = C\varepsilon \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

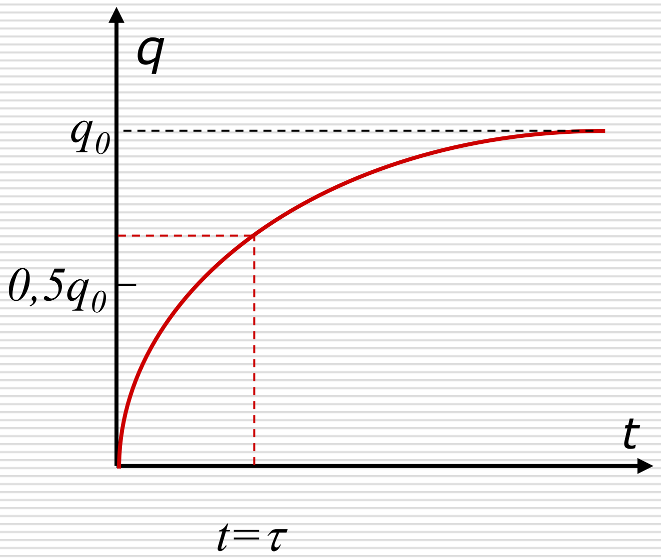
$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{C\varepsilon}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} = -\frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$





Cykliczny proces ładowania i rozładowania kondensatora:





Stała czasowa

$t = R \cdot C = \tau$

$$q(\tau) = C\varepsilon(1 - e^{-1}) = 0{,}63 \cdot C\varepsilon$$