

Wykład 18: Elementy fizyki współczesnej

Dr inż. Zbigniew Szklarski

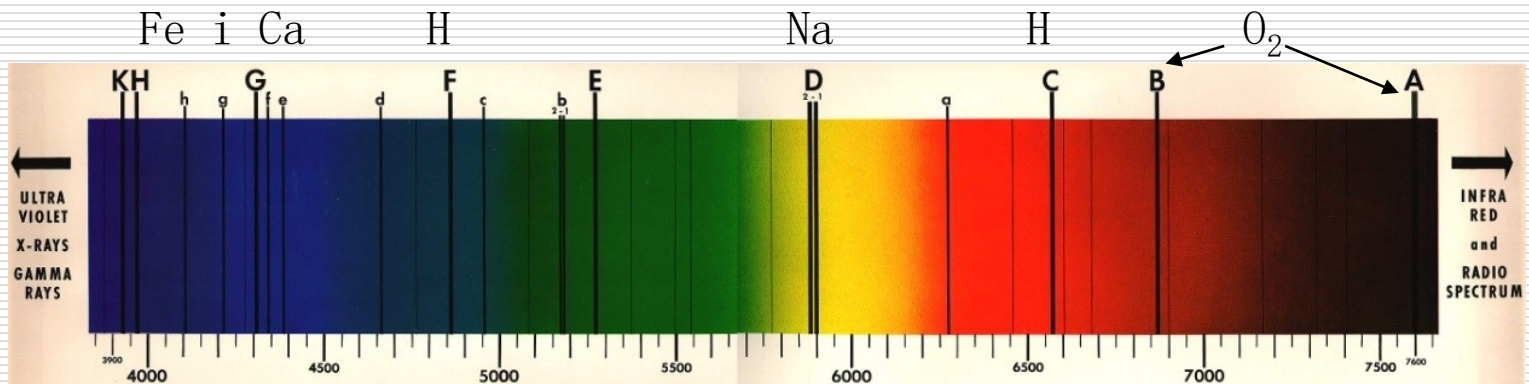
Katedra Elektroniki, paw. C-1, pok.321

szkla@agh.edu.pl

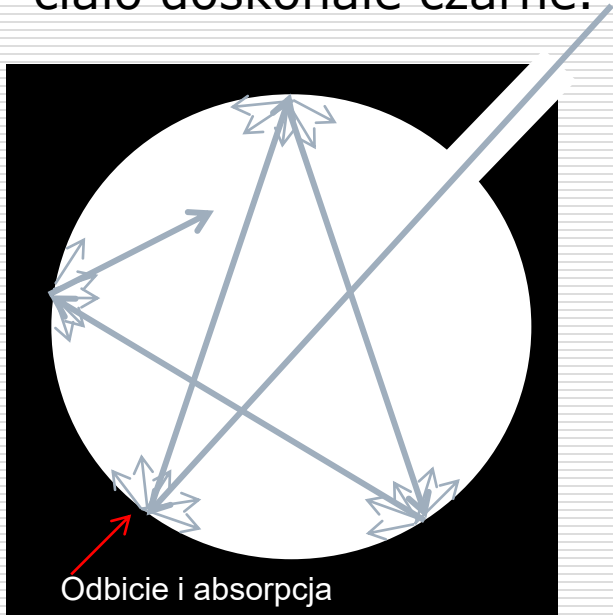
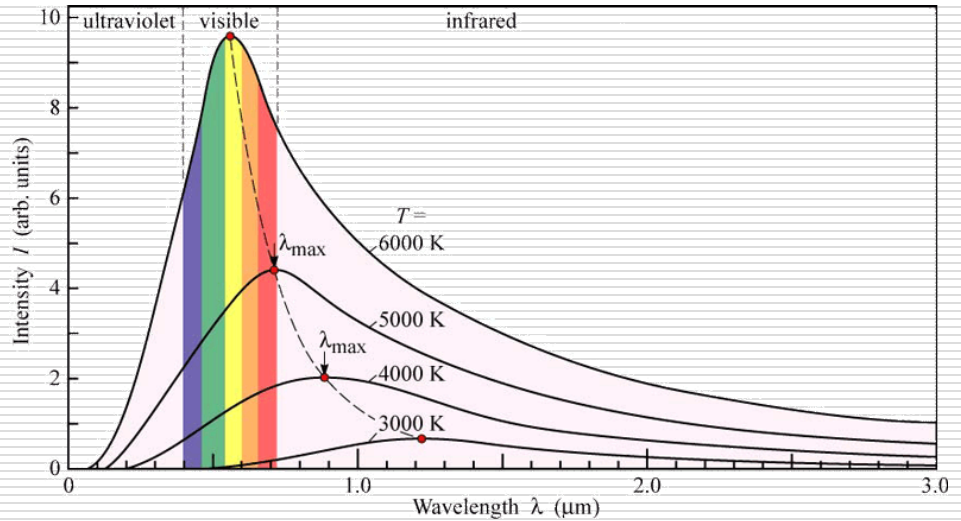
<http://layer.uci.agh.edu.pl/Z.Szklarski/>

Promieniowanie ciała doskonale czarnego

- W 1802 roku William Wollaston zauważył ciemne prążki w widmie słonecznym, w 1814 roku Joseph von Fraunhofer najważniejsze linie oznaczył literami od A do G.
- W 1859 roku Gustav Kirchhoff sformułował prawo mówiące, że atom może pochłaniać (absorbować) promieniowanie takich długości, jaki jest sam w stanie emitować.



Dla każdej substancji istnieje rodzina takich krzywych, odpowiednich w różnych temperaturach. Właściwości emitowanego promieniowania nie zależą od rodzaju substancji. Model idealnego ciała stałego - ciało doskonale czarne.



Całkowita intensywność promieniowania u_{tot}

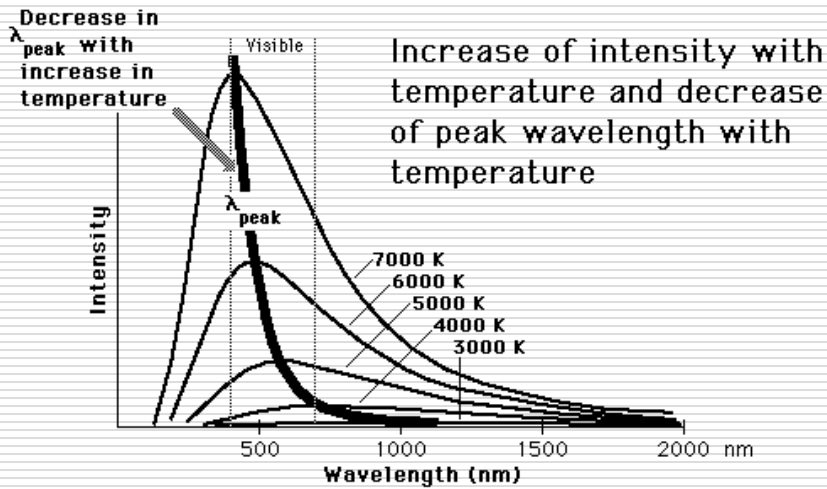


Ludwig Boltzmann
(1835-1893)

$$u_{tot} = \sigma T^4$$

$$[u_{tot}] = Wm^{-2}$$

stała Stefana-Boltzmann $\sigma = 5.68 \cdot 10^{-8} W/(m^2 \cdot K^4)$



Prawo przesunięć **Wien'a**

$$\lambda_{\text{max}} T = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$



Przykłady

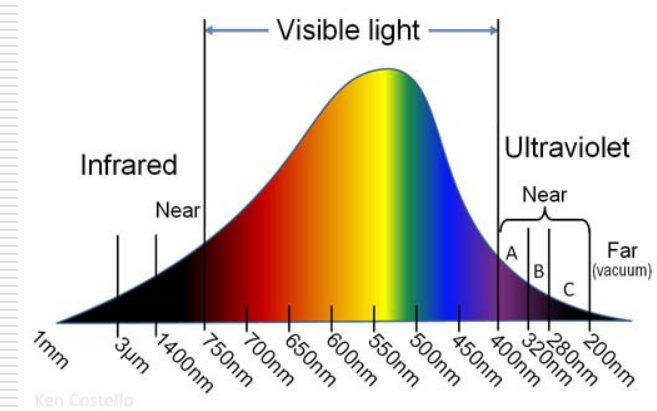
- Dwie jednakowe planety krążą (jako ciała doskonale czarne) w odległościach r oraz $2r$ od swojego słońca. Na planecie bliższej słońca średnia temperatura wynosi 350 K. Jaka średnia temperatura panuje na planecie o większym promieniu orbity?

(Odp.: 247,5 K)

□ Temperatura powierzchni Słońca wynosi ok. 5500-6000 K. Jaki „kolor” ma więc Słońce (dla jakiej długości fali przypada maksimum promieniowania) ?

$$\lambda_{\max} T = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \quad \Rightarrow$$

$$\lambda_{\max} = \frac{2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{5500 \text{ K}} = 0,527 \mu\text{m}$$



□ Dla jakiej długości fali przypada maksimum promieniowania ciała doskonale czarnego, którego temperatura odpowiada temperaturze ludzkiego ciała (37°C) ?

$$t = 37^{\circ} \text{C} \quad \rightarrow T = 310 \text{ K} \quad \lambda_{\max} = \frac{2.9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{310 \text{ K}} = 9,35 \mu\text{m}$$

(zakres IR: 0,78 – 1000 μm)

- Temperatura powierzchni Słońca wynosi ok. 6000 K, jego promień $695,6 \cdot 10^3$ km, a odległość od Ziemi jest równa ok. $1,405 \cdot 10^8$ km. Oblicz jaką energię wysyła Słońce w ciągu 1 minuty i jaką ilość energii otrzymuje w tym czasie powierzchnia 1 m^2 w górnej warstwie atmosfery Ziemi.

Moc emitowana = intens. promieniowania · powierzchnia Słońca

$$P = u_{tot} \cdot S = \sigma T^4 \cdot 4\pi r^2$$

energia emitowana w 1 min. $E = P \cdot t = \sigma T^4 \cdot 4\pi r^2 \cdot t$

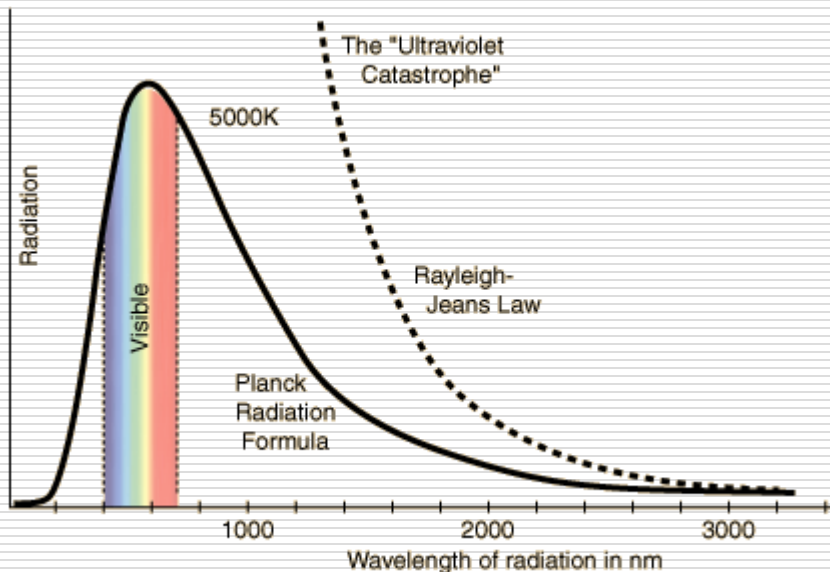
$$E = 5,68 \cdot 10^{-8} \cdot (6 \cdot 10^3)^4 \cdot 12,57 \cdot (695,6 \cdot 10^6)^2 \cdot 60 = 2,686 \cdot 10^{28} \text{ J}$$

energia otrzymana w 1 min. przez 1 m^2

$$E' = \frac{E}{4\pi R^2} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \sigma T^4 t \quad E' = 1,08 \cdot 10^5 \text{ J/m}^2$$

(żarówka 100 W z odległości 1 m: $E' = 476 \text{ J/m}^2$)

Wyjaśnienie widma promieniowania



W opisie widma promieniowania termicznego opartego na klasycznych teoriach termodynamiki i elektromagnetyzmu (Rayleigh – Jeans) pojawiła się zasadnicza rozbieżność dla fal krótkich. Wynik ten znany jest jako „katastrofa w nadfiolecie” bowiem w obszarze tym gęstość promieniowania rośnie w myśl tych rozważań do nieskończoności.

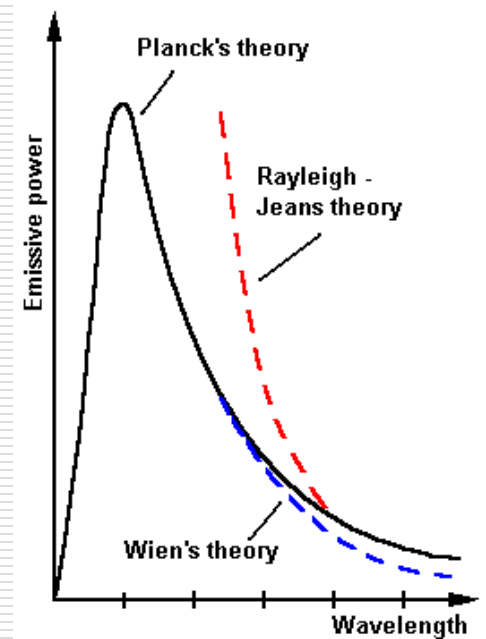
W 1896 Wien zaproponował:

$$e_{Wien}(\lambda, T) = \frac{b}{\lambda^5} \exp(-a / \lambda T)$$

Posłużył się analogią do rozkładu Boltzmann'a, który dotyczy rozkładu energii klasycznego gazu w równowadze.



Wilhelm Wien
(1864-1928)



W 1900 Max Planck zaproponował empiryczny wzór:

$$e_{\lambda}(\lambda, T) = \frac{b}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(a / \lambda T) - 1}$$

Max Planck zaproponował model ciała doskonale czarnego zakładając, że atomy ścian wnętrza zachowują się jak oscylatory elektromagnetyczne, z których każdy ma charakterystyczną częstotliwość drgań.



Max Planck
(1858-1947)

Atomy te emitują do wnętrza i absorbują z niej energię. Własności powstałego promieniowania we wnętrzu wynikają z własności oscylatorów, z którymi wnętrze jest w równowadze. Zastosował fizykę statystyczną Boltzmann'a i wprowadził dwa radykalne założenia:

- oscylator ma tylko energię opisaną wzorem:

$$E = nh\nu \quad \text{gdzie} \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ [J} \cdot \text{s]}$$

- oscylatory nie wypromieniowują energii w sposób ciągły lecz porcjami – kwantami

$$\Delta E = \Delta n \cdot h\nu$$

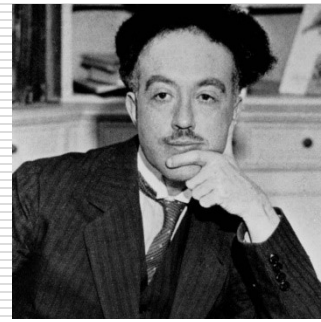
Dopóki oscylator pozostaje w jednym ze stanów kwantowych – nie emituje ani nie absorbuje energii.

W 1905, **Albert Einstein** doszedł do wniosku, że nie można wyprowadzić wzoru Planck'a z praw klasycznej fizyki. Słuszność wzoru Plancka oznacza koniec fizyki klasycznej.



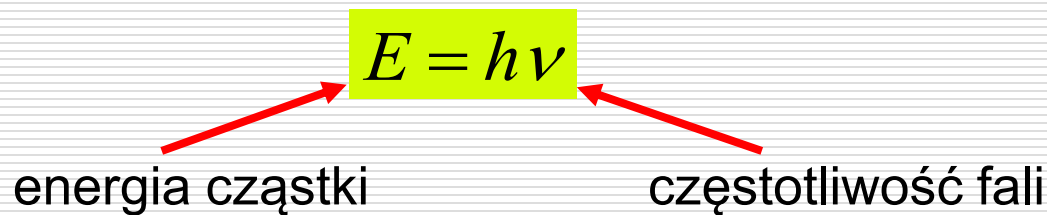
Dualizm korpuskularno-falowy; Fale materii

Louis de Broglie
(1892-1987)



Radykalna propozycja kwantyzacji energii:

- w limicie małych częstości - obraz falowy (Maxwell),
- w limicie dużych częstości - o promieniowaniu należy myśleć jak o „gazie” kwantów



Promieniowanie należy w pewnych przypadkach traktować jak fale a w innych eksperymentach jak cząstki. Ta dwoistość jest cechą nie tylko promieniowania, lecz również materii.

**1924- Louis de Broglie – teoria fal materii,
1929- nagroda Nobla**

□ Przykład

1. Stuwatowa żarówka emituje izotropowo 3% swojej energii jako światło widzialne (o średniej długości 550 nm). Oblicz ile fotonów na sekundę trafia do źrenicy (o średnicy 4 mm) oka człowieka znajdującego się w odległości 1 km od żarówki.

□

Rozwiązanie

Energia pada na pow.sfery: $I = \frac{E}{S} = \frac{P \cdot t}{4\pi R^2} = \frac{3}{4\pi} \cdot 10^{-6} \frac{J}{m^2}$

Ile energii na pow. źrenicy? $E_x = E \cdot S_{\text{źr}}$

$$E_x = E \cdot S_{\text{źr}} = \frac{3}{4\pi} \cdot 10^{-6} \cdot 4\pi \cdot 10^{-6} J = 3 \cdot 10^{-12} J$$

Ile to fotonów? $E_x = N \cdot E_f = N \frac{hc}{\lambda}$ stąd $N/t \approx 8,3 \cdot 10^6$ fotonów/s

Fale materii

**1924- Louis de Broglie – teoria fal materii,
1929- nagroda Nobla**

Hipoteza de Broglie głosi, że dwoiste korpuskularno – falowe zachowanie jest cechą nie tylko promieniowania, lecz również materii.

W przypadku materii i promieniowania całkowita energia **E** dowolnego obiektu fizycznego jest związaną z częstotliwością ν fali stowarzyszonej, opisującej jego ruch, następującą relacją:

$$E = h \nu$$

Pęd każdego obiektu związany jest z długością przypisanej mu fali następującą relacją:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} \quad (1)$$

$$c = \nu \cdot \lambda \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda}$$

stąd: cząsteczce o pędzie p i całkowitej energii E odpowiada

fala płaska o częstotliwości $\nu = \frac{E}{h}$ i długości $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$

Definiujemy: $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

gdzie \vec{k} jest wektorem falowym o kierunku zgodnym z kierunkiem propagacji fali o długości λ . Wówczas związek (1) ma postać:

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}$$

Wielkości charakterystyczne dla **cząstki** : energia E , oraz pęd p są związane poprzez stałą Plancka h z wielkościami które są charakterystyczne dla **ruchu falowego**: częstotliwość ν , oraz długość fali λ .

Wyrażenie:
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

opisuje długość **fali de Broglie**. czyli długość fali materii stowarzyszonej z ruchem cząstki o pędzie p .

Przykłady

2. Obiekt mikroskopowy:

Elektron o masie $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, przyspieszony różnicą potencjałów $U = 150$ V:

$$\frac{mv^2}{2} = Ue \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \approx 10^7 \text{ m/s} \quad \text{a zatem} \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2emU}} \approx 10^{-10} \text{ m}$$

3. Obiekt makroskopowy:

Piłka o pędzie $10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$:

$$p = mv = 10 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{h}{p} = 6,6 \cdot 10^{-35} \text{ m}$$

4. W pewnym mikroskopie elektronowym korzysta się z wiązki elektronów o energii 20 keV. Jeżeli zdolność rozdzielcza mikroskopu jest równa długości fali elektronu, oblicz rozmiar najmniejszego obiektu jaki można przez ten mikroskop obserwować. Porównaj zdolność rozdzielczą mikroskopu elektronowego i optycznego.

Rozwiązanie

$$E_k = E \quad \frac{mV^2}{2} = \frac{p^2}{2m} = E \quad \Rightarrow \quad p = \sqrt{2Em}$$

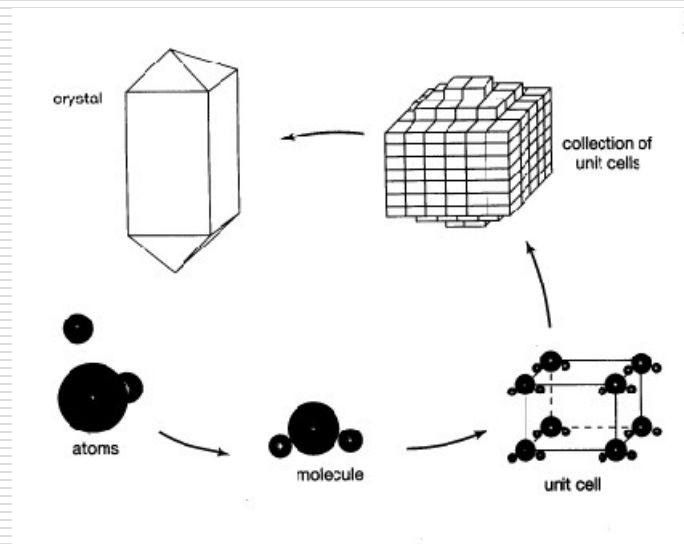
$$p = \frac{h}{\lambda_e} \Rightarrow \lambda_e = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2Em}} \quad \text{stąd} \quad \lambda_e = 8,67 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

W mikroskopie optycznym zdolność rozdzielcza $\sim \lambda_{\min}$
zatem $\lambda_{\text{opt}} \approx 500 \text{ nm} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

$$\lambda_e = 8,6 \cdot 10^{-12} \text{ m} \quad \Rightarrow \quad \text{5 rzędów wielkości lepsza rozdzielczość !!!}$$

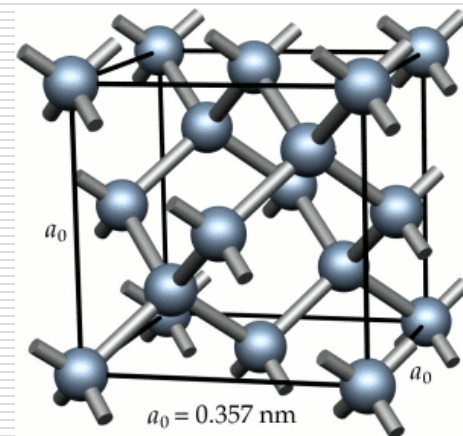
Długość fali stowarzyszonej z ruchem piłki jest tak mała, że nie istnieje układ fizyczny, który umożliwiłby zaobserwowanie aspektów falowych (interferencja, dyfrakcja) związanych z tym ruchem.

Natomiast aby zaobserwować fale związane z elektronem należy dysponować układem o przesłonach posiadających rozmiary porównywalne z $\lambda \approx 0.1 \text{ nm}$



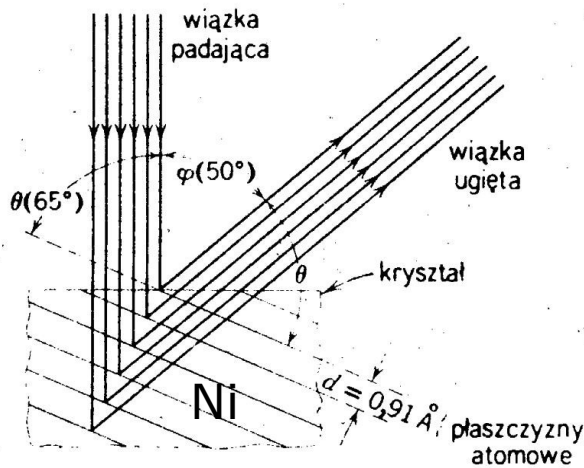
Takim układem jest **sieć krystaliczna**.

diament



Doświadczenie Davissona – Germera

The image illustrates the Davisson-Germer experiment. On the left, a schematic shows an electron gun emitting a beam through an ionization chamber towards a nickel (Ni) crystal. A diagram below shows an incident beam at angle θ and an intense reflected beam at angle α , with the scattering angle $\phi = 2\alpha$. In the center, a circuit diagram shows a power source connected to a crystal and a detector, with labels for 'wiązka powolnych Elektronów', 'wiązka odbita', and 'kryształ'. To the right is a photograph of Davisson and Germer from 1927. Below the photo is a graph of 'scattering intensity' versus 'scattering angle ϕ ' (0 to 90 degrees), showing a prominent peak at approximately 50 degrees. At the bottom right, four diagrams show incident beams at accelerating potentials of AT 44 V, AT 48 V, AT 54 V (with a 50-degree angle), and AT 60 V.



Dla dyfrakcji promieniowania na sieci krystalicznej - wzmocnienie promieni ugiętych – gdy spełniony jest warunek Bragga: $\lambda = 2d \cdot \sin \theta$

dla niklu $d = 0,091 \text{ nm}$

$$\varphi = 50^\circ \text{ więc } \theta = 90^\circ - \frac{\varphi}{2} = 65^\circ$$

zatem

$$\lambda = 0,165 \text{ nm}$$

ze wzoru de Broglie'a, dla napięcia przyspieszającego 54 V:

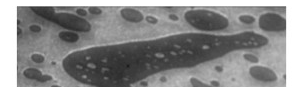
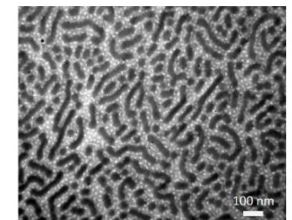
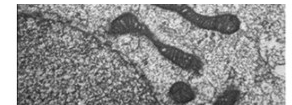
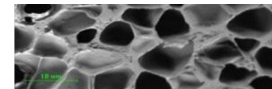
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mUe}} = 0,165 \text{ nm}$$

Zgodność wyników potwierdzająca falową naturę elektronów!

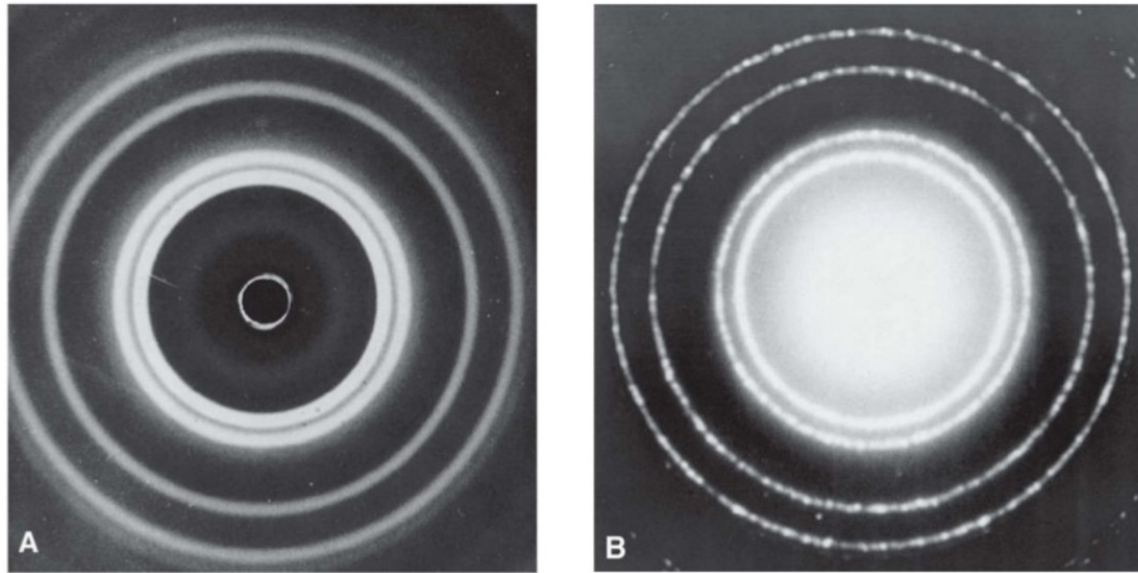
Jeden z trzech najpotężniejszych na świecie mikroskopów - najnowszej generacji analityczny mikroskop elektronowy (S)TEM FEI Titan Cubed G-2 60-300. Rozdzielczość: 70 pm !



ACMiN
AGH



Comparing the diffraction patterns of x-rays and electrons.



Copyright ©The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission required for reproduction or display.

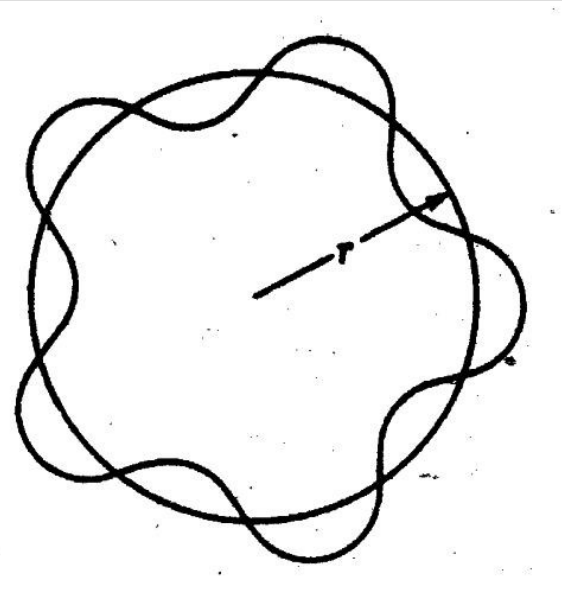
□ Ruch elektronu w atomie

Ruch elektronów w wiązce nie jest niczym ograniczony. Natomiast w przypadku elektronów związanych z atomami, ruch elektronów może być opisany przez stojące fale materii – o długości związanej z długością orbity. Ruch ten jest kwantowany – energia elektronów może przyjmować tylko określone wartości.

Falę materii (stojącą), związaną z orbitą o promieniu r można przedstawić następująco:

Długość fali musi być tak dobrana, aby orbita o promieniu r zawierała całkowitą liczbę fal materii:

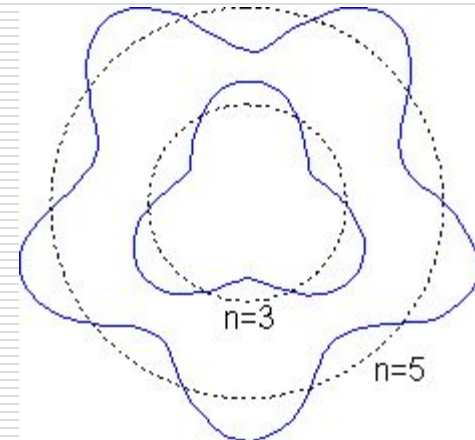
$$2\pi r = n\lambda \Rightarrow 2\pi r = n \frac{h}{p} \quad p = \frac{nh}{2\pi r}$$



A więc moment pędu:

$$L = r \cdot p = n \frac{h}{2\pi} \quad \text{gdzie } n = 1, 2, \dots$$

jest to warunek kwantyzacji Bohra !

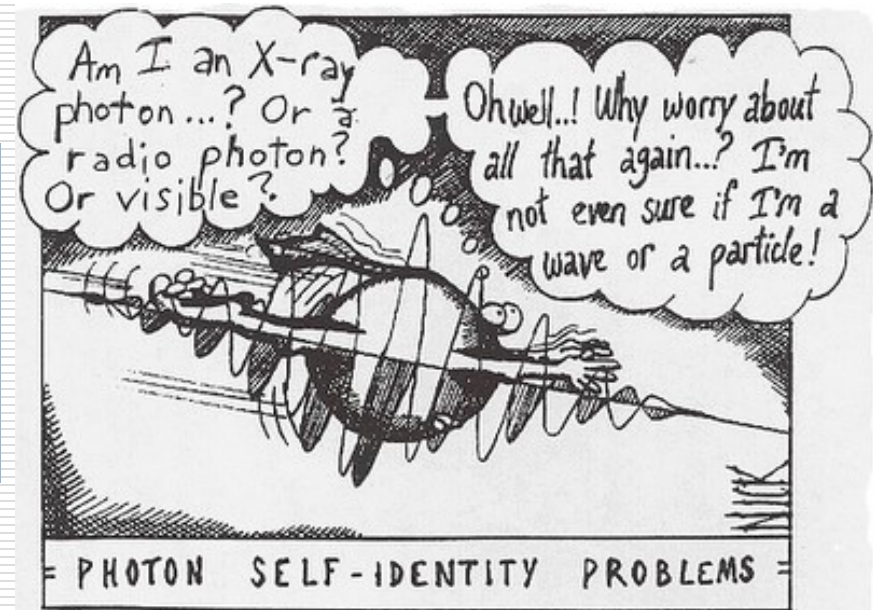


□ Korpuskularna natura promieniowania

Doświadczalnie :

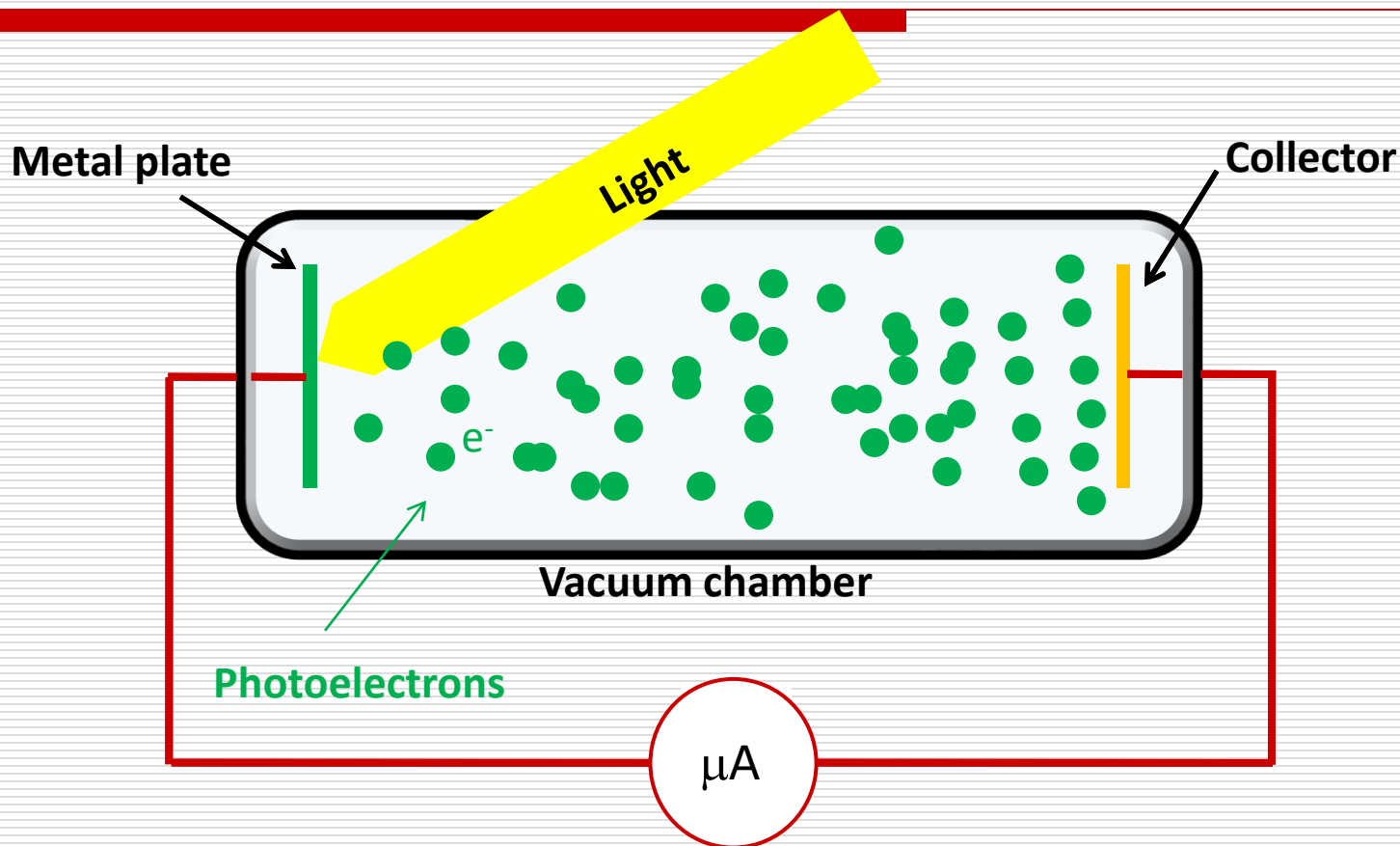
- Efekt fotoelektryczny (uwalnianie elektronów z metalicznej powierzchni pod wpływem promieniowania o określonej długości)
- Efekt Comptona (rozpraszanie promieniowania X i zmiana częstotliwości)

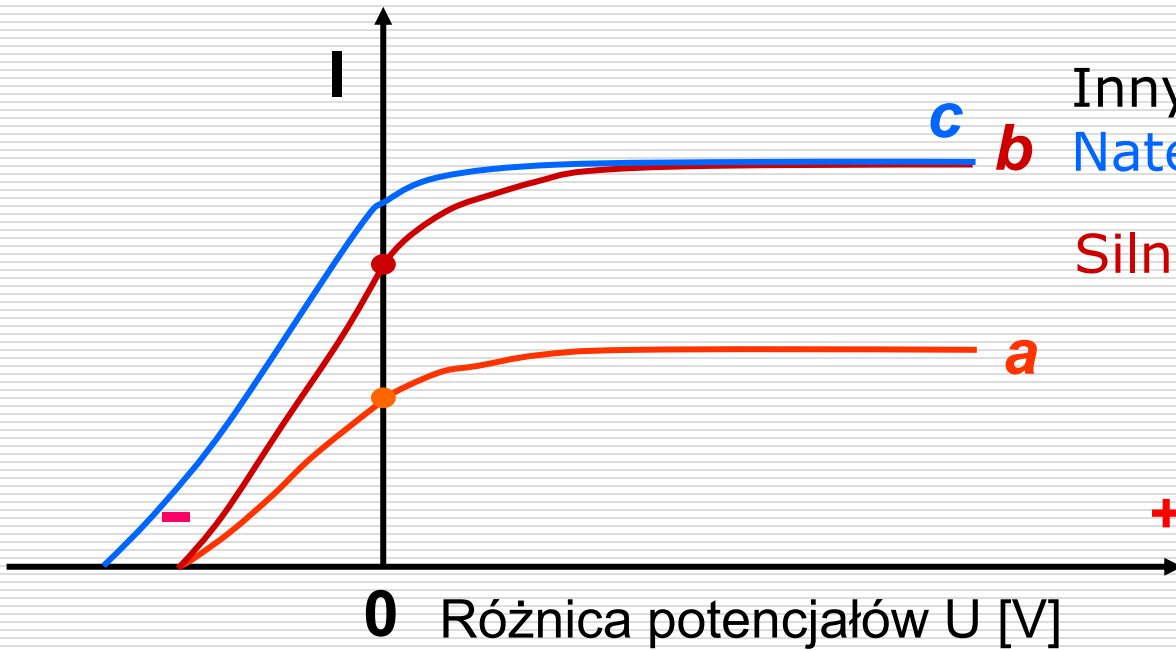
Te zjawiska, podobnie jak promieniowanie ciała doskonale czarnego, nie mogą być wyjaśnione przy użyciu modelu falowego.



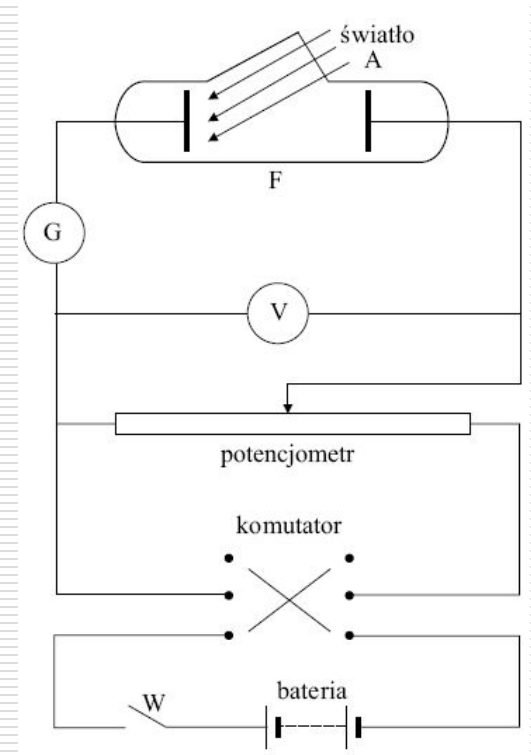
Efekt fotoelektryczny

1887 Hertz; 1888 Stoletow
1902 von Lenard





Inny metal **c** katody niż **a** i **b**,
 Natężenie oświetlenia jak **b**
 Silniejsze **b** oświetlenie niż **a**



Elektrony emitowane z metalu pod wpływem promieniowania elektromagnetycznego noszą nazwę **fotoelektronów**. Jest to zjawisko fotoelektryczne zewnętrzne.

□ Jak zbadać energię kinetyczną fotoelektronów?

Fotoelektrony wyhamuje pole wytworzone przez przeciwnie przyłożone napięcie U_h

$$U = \frac{dW}{e} \Rightarrow E_k = U_h \cdot e$$

Światło (fala elektromagnetyczna ?) padając na metal wybija z niego elektrony (fotoelektrony) i nadaje im określoną energię kinetyczną.

❑ Co się nie zgadza z teorią falową?

1. Energia kinetyczna fotoelektronu jest **niezależna** od natężenia padającego promieniowania. Dla danej częstości światła, silny strumień i słaba wiązka dostarczają wybijanym elektronom tyle samo energii.

Obraz falowy: natężenie fali związane jest z kwadratem amplitudy fali czyli większa energia fali powinna powodować większą energię wybijanych elementów (analogia fal na morzu i kamieni wrywanych ze stromego brzegu)



2. Zjawisko fotoelektryczne **nie występuje**, jeżeli częstość światła jest **niższa** od częstości progowej (lub długości granicznej) – bez względu na to jak intensywne jest światło padające na tarczę.

Obraz falowy: j.w. nie obserwuje się minimalnej długości/ częstości fali dla analogii fal na morzu i kamieni wrywanych z klifu.

3. Nie obserwuje się **żadnego upływu** czasu pomiędzy oświetleniem metalu i emisją fotoelektronu. Klasycznie, energia jest gromadzona i dostarczana w sposób ciągły.

Obraz falowy: nawet małe fale po pewnym czasie mogą wrywać kamienie z klifu.

Efekt nie zachodzi na swobodnych elektronach.

Na co jest zużywana energia padającego światła?

Wiadomo, że metal zawiera dużą ilość prawie swobodnych elektronów, około 1 lub 2 na atom. Te elektrony są quasi-swobodne czyli nie są związane z atomami lecz mogą, po dostarczeniu pewnej energii, opuścić metal.

Energia ta nosi nazwę pracy wyjścia W z metalu. Praca wyjścia jest różna dla różnych metali i zależy od stanu powierzchni. Typowe wartości W zmieniają się od ok. $3 \cdot 10^{-19}$ J do $13 \cdot 10^{-19}$ J (2 do 8 eV).

$$1\text{eV} = 1e \cdot 1\text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1\text{V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Jeżeli energia światła jest wystarczająco duża to wybite elektrony będą miały jeszcze energię kinetyczną.

Wyjaśnienie Einsteina:

W 1905 r. Einstein wysunął hipotezę, że światło jest skwantowane (pojęcie wprowadzone przez M. Plancka) i istnieje w porcjach zwanych fotonami.

Energia kwantu $E_f = h\nu$

zatem $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$

$c = \nu \cdot \lambda \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda}$

czężotliwość promieniowania

długość tej fali

Einstein założył, że foton może zostać zaabsorbowany przez elektron jeżeli energia fotonu przekracza konkretną wartość – pracy wyjścia z metalu:

$$h\nu > W \quad \leftarrow \text{praca wyjścia z metalu}$$

Zasada zachowania energii w zjawisku fotoelektrycznym:

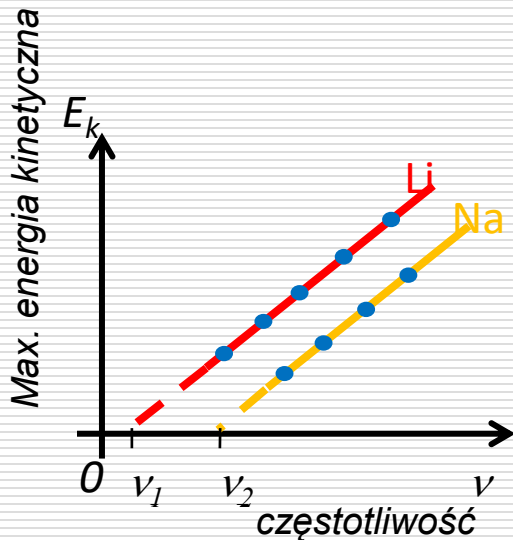
Energia fotonu = praca wyjścia elektronu z metalu

+

energia kinetyczna elektronu

$$E_f = W + E_k$$

$$h\nu = W + E_k$$



Pojedynczy foton jest absorbowany przez pojedynczy elektron, który może uzyskać energię kinetyczną

$$E_k = h\nu - W$$

$$\rightarrow y = ax - b$$

□ Wykorzystanie zasady zachowania energii.

$$h\nu = W + E_k$$

Jeżeli $E_k = 0$ to

$$h\nu_{gr} = \frac{hc}{\lambda_{gr}} = W$$

\Rightarrow

$$\lambda_{gr} = \frac{hc}{W}$$

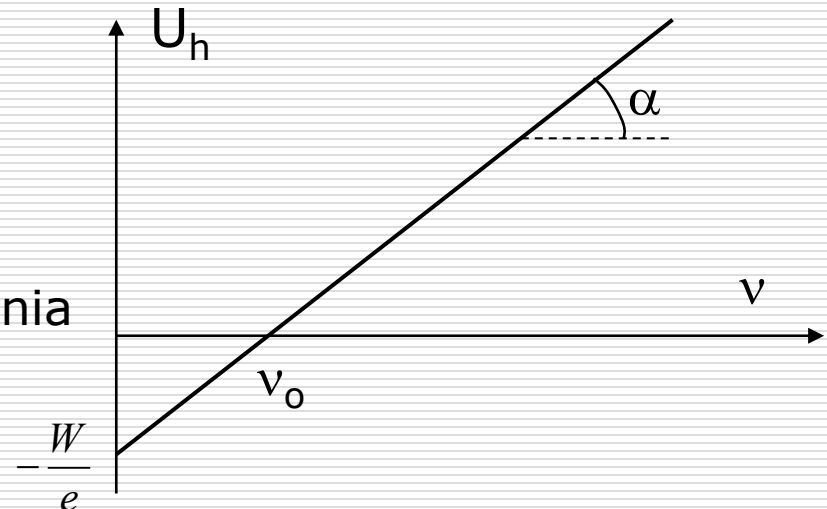
jest to graniczna długość światła, przy której zachodzi zjawisko fotoelektryczne.

$$E_k = U_h \cdot e$$

$$E_k = h\nu - W \Rightarrow U_h = \frac{h}{e}\nu - \frac{W}{e}$$

Napięcie hamowania jest liniową funkcją częstotliwości promieniowania

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{e} \Rightarrow h = e \cdot \operatorname{tg}\alpha$$



Jest to więc sposób wyznaczenia pracy wyjścia oraz wartości stałej Plancka.

□ Przykład 5:

Eksperyment wykazał, że gdy promieniowanie elektromagnetyczne o długości fali 270 nm pada na powierzchnię Al, są emitowane fotoelektrony. Elektrony o największej energii kinetycznej są zatrzymywane przez przyłożenie odpowiedniego pola elektrycznego o różnicy potencjałów 0.406 V. Oblicz pracę wyjścia z metalu.

Rozwiązanie:

$$E_f = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s})}{270 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 7.37 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

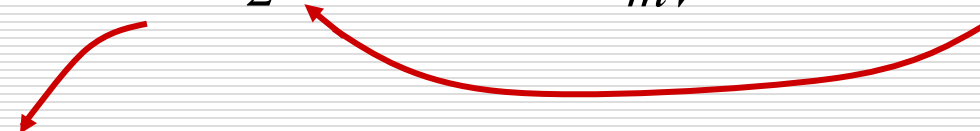
$$E_k = eU = (1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C})(0.405 \text{ V}) = 0.65 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W = E_f - E_k = 6.72 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \frac{6.72 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 4.2 \text{ eV}$$

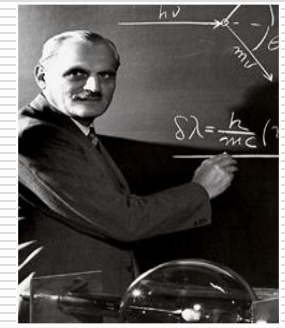
□ Przykład 6:

Długość fali de Broglie'a najszybszych elektronów emitowanych z powierzchni metalu w zjawisku fotoelektrycznym wynosi $\lambda_B = 2,2 \text{ nm}$. Obliczyć długość fali padającego światła λ , jeżeli praca wyjścia z tego metalu wynosi $W = 1,75 \text{ eV}$.

Rozwiązanie:

$$\frac{hc}{\lambda} = W + E_k \quad E_k = \frac{mV^2}{2} \quad \lambda_B = \frac{h}{mV} \Rightarrow V = \frac{h}{m\lambda_B}$$

$$E_k = \frac{mh^2}{2m^2\lambda_B^2} = \frac{h^2}{2m\lambda_B^2}$$
$$\lambda = \frac{hc}{W + \frac{h^2}{2m\lambda_B^2}} = 600 \text{ nm}$$

- Przykład 7
- A. Wiedząc, że natężenie oświetlenia jest odwrotnie proporcjonalne do kwadratu odległości od źródła światła, oszacuj jak zmieni się prędkość fotoelektronów gdy odległość źródła światła od powierzchni metalu zmniejszymy dwukrotnie.
- B. Jak wpłynie zwiększenie częstotliwości światła padającego na powierzchnię metalu emitującego fotoelektrony na:
 - a. ilość wybijanych fotoelektronów;
 - b. szybkość fotoelektronów
- Przykład 8
- Obliczyć jak i ile razy zmieni się prędkość elektronów wybijanych z metalu jeżeli dwukrotnie zmniejszymy długość fali padającej. Praca wyjścia z tego metalu równa jest $2/3$ energii padających fotonów.
- Przykład 9:
- Obliczyć jak zależy energia kinetyczna wybijanych elektronów od długości padającego światła. Naszkicować wykres tej zależności.

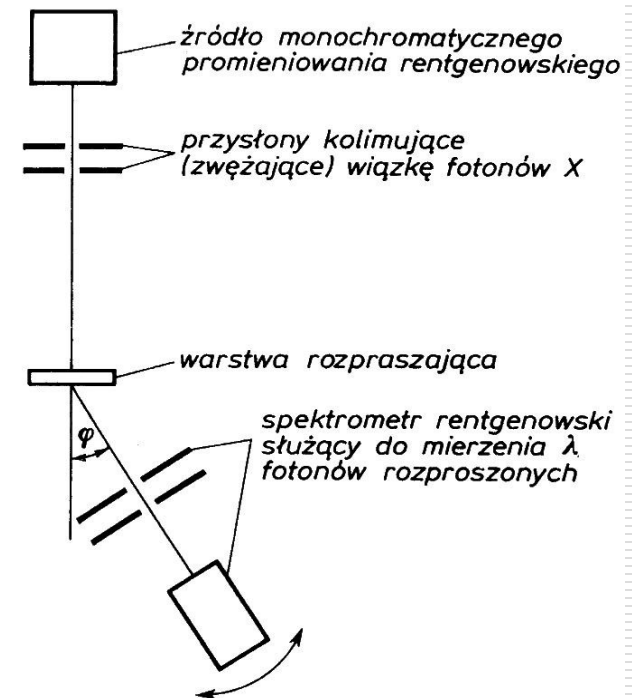


Efekt Comptona

Jeżeli światło można traktować jak zbiór fotonów, należy spodziewać się zderzeń pomiędzy fotonami i cząstkami materii (np. elektronami).

Compton (1923) zaobserwował rozproszone promienie X o zmienionej długości fali.

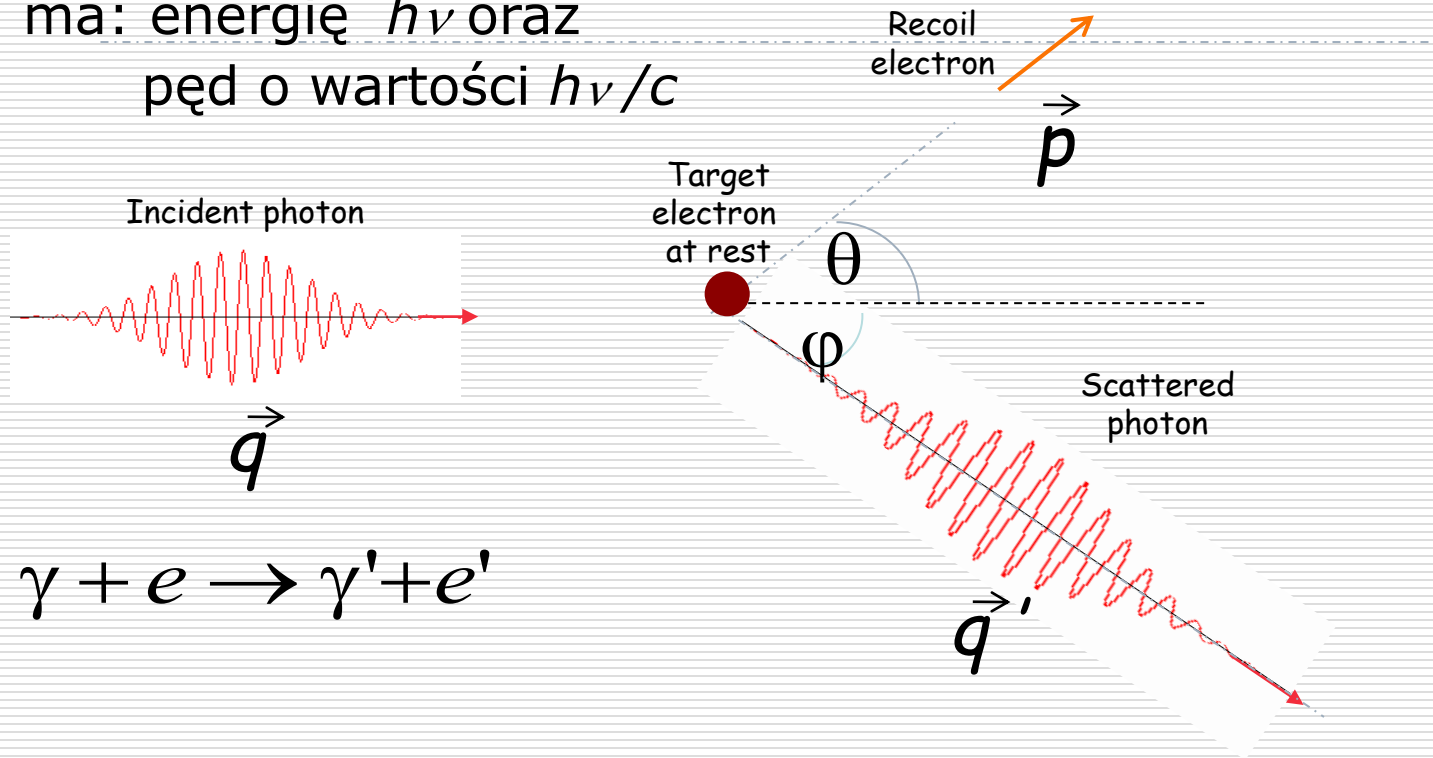
Klasyczna teoria fal elektromagnetycznych tłumaczyła zjawisko rozproszenia jako pobudzenie do drgań elektronów ośrodka rozpraszającego, które stają się wtórnym źródłem fal – ale **bez** zmiany długości !



Efekt Comptona jest wynikiem rozpraszania fotonu γ na quasi-swobodnym elektronie e w metalicznej próbce (folii):

Założmy, że początkowo :

- elektron jest w spoczynku, pęd wynosi 0, ale energia spoczynkowa $m_e c^2$
- foton ma: energię $h\nu$ oraz pęd o wartości $h\nu/c$



Po zderzeniu foton ma energię $h\nu'$ i pęd o wartości $h\nu'/c$

•Zasada zachowania energii:

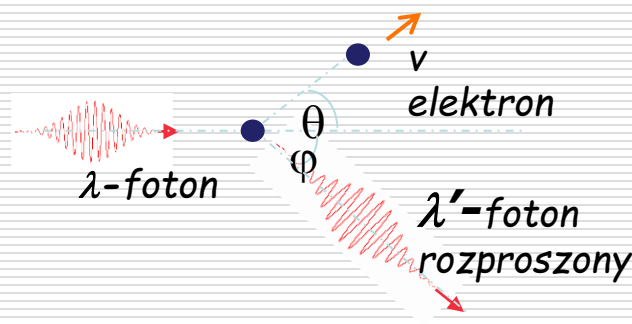
$$\frac{hc}{\lambda} + m_0c^2 = \underbrace{\frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}}_{m.elektronu} c^2 + \frac{hc}{\lambda'}$$

•Zasada zachowania pędu dla osi OX

$$\frac{h}{\lambda} = \underbrace{\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}}_{elektron} \cos \theta + \underbrace{\frac{h}{\lambda'} \cos \varphi}_{foton}$$

•Zasada zachowania pędu dla osi OY

$$0 = \underbrace{\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}}_{elektron} \sin \theta - \underbrace{\frac{h}{\lambda'} \sin \varphi}_{foton}$$



Przesunięcie Comptona (długości) $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ czyli różnica pomiędzy długością fali przed (λ) i po (λ') rozproszeniu:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi) = \Lambda (1 - \cos \varphi) \qquad \Lambda = \frac{h}{m_0 c}$$

jest to tzw. comptonowska
długość fali równa
 $2,426 \cdot 10^{-12} \text{ m}$

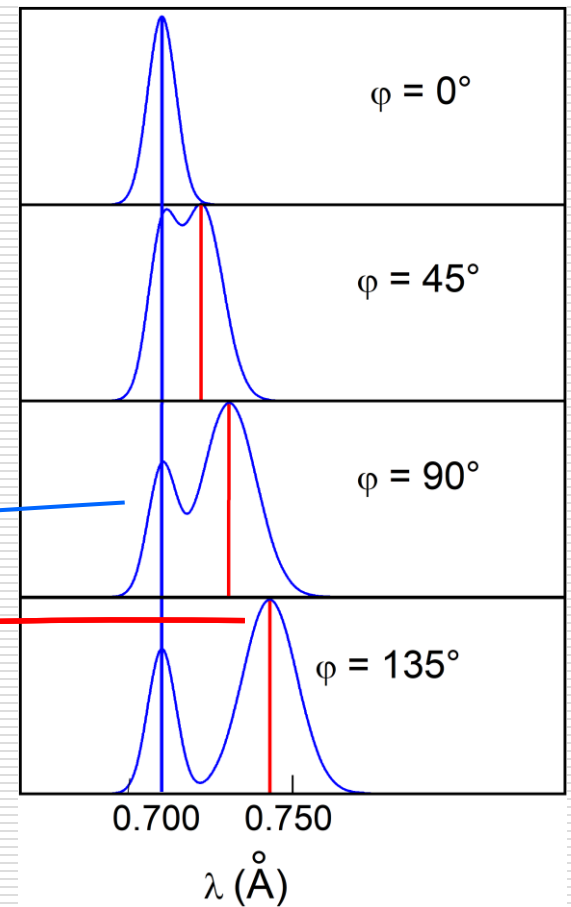
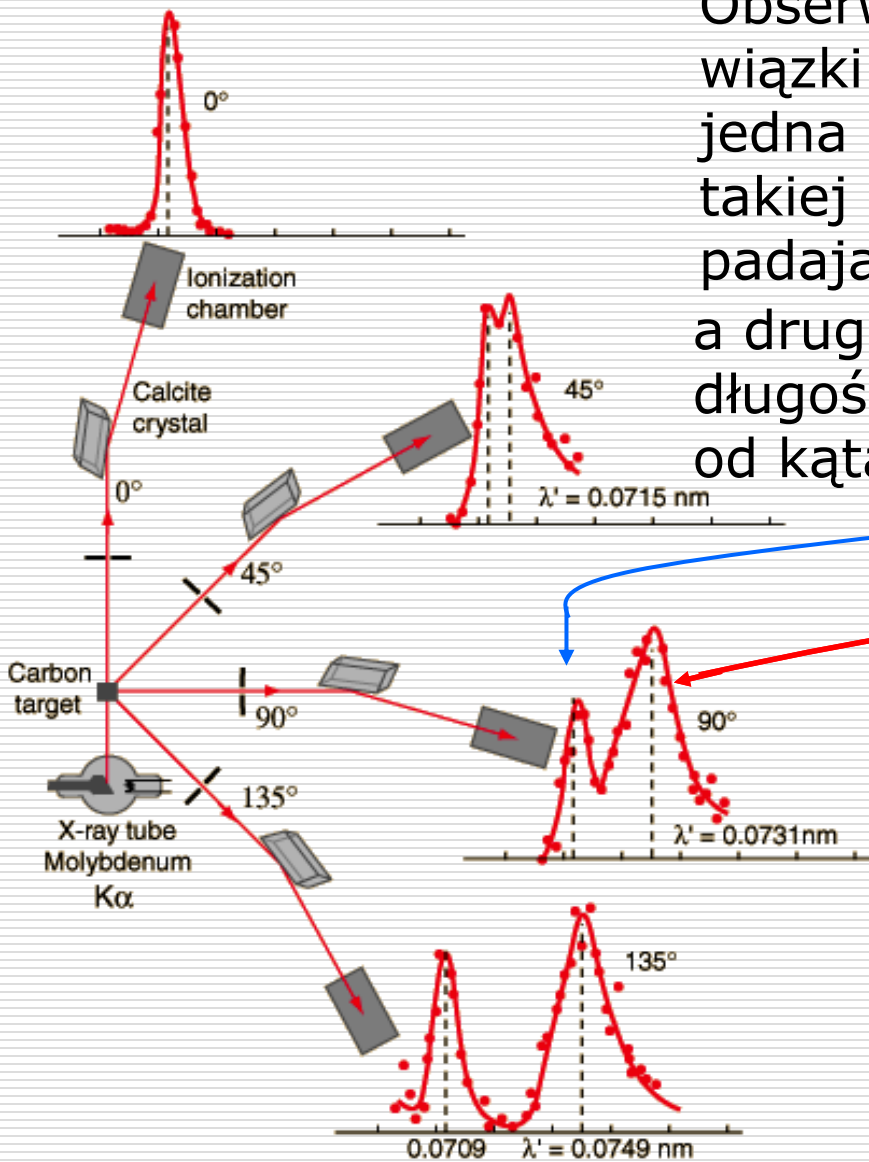
W zjawisku Comptona zmiana długości fali nie zależy od energii fotonu padającego, a zależy jedynie od kąta jego rozproszenia.

Dla $\varphi = 0^\circ$ $\Delta\lambda = 0$;

dla $\varphi = 180^\circ$ $\Delta\lambda = 2 \Lambda$ (rozproszenie wsteczne);

a dla $\varphi = 90^\circ$ $\Delta\lambda = \Lambda$

Obserwujemy dwie wiązki rozproszone
jedną długości
takiej samej jak
padająca
a druga o większej
długości – zależnej
od kąta rozproszenia



Ze wzrostem kąta rozpraszania,
intensywność pików o większej
długości rośnie

□ Przykład 10:

Obliczyć kąt, pod jakim został rozproszony w zjawisku Comptona foton o energii początkowej 1,2 MeV, na elektronie swobodnym, jeżeli długość fali fotonu rozproszonego równa jest comptonowskiej długości fali

□ Przykład 11:

Promieniowanie X o długości fali λ jest rozpraszane pod kątem prostym na elektronie, który uzyskuje nie relatywistyczną prędkość V i zaczyna się poruszać pod kątem $\alpha = 30^\circ$ do pierwotnego kierunku wiązki X. Zapisz zasady zachowania energii i pędu dla tego przypadku.

Zasada komplementarności Nielsa Bohra

Modele falowy i korpuskularny wzajemnie się uzupełniają: jeżeli dany pomiar dostarcza dowodu falowego, to w tym samym pomiarze nie da się wykryć cech korpuskularnych i na odwrót.

W obrazie **falowym** natężenie promieniowania:

$I \propto \overline{E^2}$ czyli średnia wartość wektora Poyntinga jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy fali.

W obrazie **fotonowym – korpuskularnym**:

$I = N h \nu$ gdzie N jest średnią liczbą fotonów przechodzących w jednostce czasu przez jednostkową powierzchnię prostopadłą do kierunku ruchu fotonów.

Uogólnienie hipotezy de Broglie przez **Schrödingera** dało początek mechanice kwantowej.

Fala de Broglie jest reprezentowana przez funkcje falową, która dla przypadku jednowymiarowego ma postać:

$$\psi(x, t) = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \nu t \right) = A \sin(kx - \omega t)$$

Wyrażenie to jest analogiczne do wyrażenia na natężenie pola elektrycznego fali elektromagnetycznej

$$E(x, t) = E_o \sin(kx - \omega t)$$

podstawiając $\hbar k = p$ $\hbar \omega = E$

otrzymujemy $\psi(x, t) = A \sin \frac{1}{\hbar} (px - Et)$

$$\psi(x, t) = A \sin \frac{1}{\hbar} (px - Et)$$

Czy można, przeprowadzając odpowiedni pomiar, jednocześnie określić zarówno pęd \mathbf{p} jak i położenie \mathbf{x} cząstki? Albo w danym momencie określić dokładnie jej energię?

Nie można ich określić dokładniej niż na to pozwala **zasada nieoznaczoności Heisenberga**.

Zasada nieoznaczoności Heisenberga

Pomiar w większości przypadków zmienia stan układu.

Aby obserwować dany obiekt oświetlamy go fotonami.

Im dokładniej chcemy zbadać położenie obiektu, tym krótsza musi być długość fali fotonów używanych do obserwacji.

Fotony o krótszej długości fali niosą większą energię i pęd, a przez to bardziej zaburzają badany układ.

Dla przypadku
jednowymiarowego:

$$\Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

Zasada ta **nie jest wynikiem niedokładności** przyrządów pomiarowych, ale odnosi się do samego procesu pomiaru. Uwzględnia ona oddziaływanie między obserwatorem i mierzonym obiektem

Przykłady



- Znając czas otwarcia migawki i przesunięcie – obliczymy szybkość ale nie podamy dokładnego położenia – bo obraz jest rozmyty.
- Dla krótszego czasu migawki - ostre zdjęcie – znane położenie auta ale nie znana jest jego prędkość.

Rozpatrzmy dwa obiekty poruszające się z taką samą prędkością $v = 300 \text{ m/s}$, wyznaczoną z dokładnością $0,01\%$.

Z jaką dokładnością możemy wyznaczyć ich położenie ?

□ Obiekt makroskopowy; kula o masie $m = 50 \text{ g}$

$$p = 15 \text{ kg m/s}, \quad \Delta p = 0,0001 \cdot 15 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg m/s}$$

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{2\Delta p} = 3 \cdot 10^{-32} \text{ m} = 3 \cdot 10^{-23} \text{ nm}$$

Wielkość ta stanowi 10^{-17} średnicy jądra atomowego, jest więc wielkością niemierzalną.

Dla obiektów makroskopowych istnienie zasady nieoznaczoności Heisenberga nie nakłada na procedurę pomiarową żadnych ograniczeń.

- Obiekt mikroskopowy; elektron o masie $m=9,1 \cdot 10^{-28}$ g

$$p = 2,7 \cdot 10^{-28} \text{ kg m/s} \quad \Delta p = m \cdot \Delta v = 2,7 \cdot 10^{-32} \text{ kg m/s}$$

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{2\Delta p} = 0,2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^6 \text{ nm}$$

Wielkość ta stanowi ok. 10⁷ średnicy jądra atomu.

Dla obiektów mikroskopowych występują w praktyce zawsze ograniczenia w procedurze pomiarowej.

Nieoznaczoność czasu i energii

Hipoteza de Broglie odnosi się również do pomiaru energii i czasu życia na danym poziomie energetycznym

Skoro $dp = m \cdot dv$ więc

$$\underline{dp} \cdot \underline{dx} = \underline{m} \underline{dv} \cdot \underline{dx} = m \frac{dv}{dt} dx \cdot dt = \underline{m \cdot a} \cdot \underline{dx dt} = \underline{F} \cdot \underline{dx dt} = \underline{dE} \cdot dt$$

Stąd $\Delta p \Delta x = \Delta E \Delta t \Rightarrow \Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$

Stan o określonym czasie życia Δt nie może mieć dokładnie określonej energii.

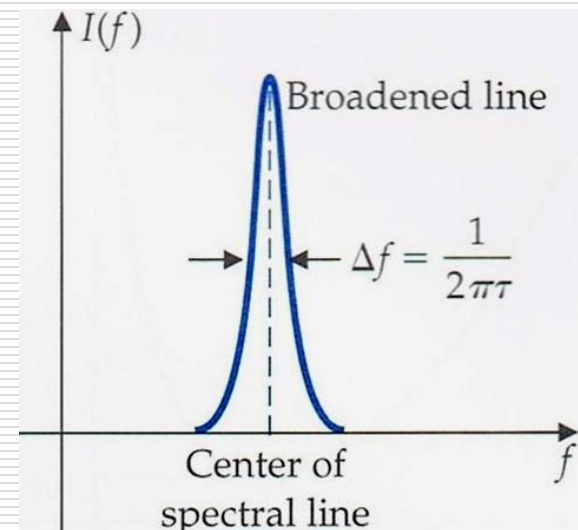
Jeżeli stan wzbudzony atomu ma czas życia τ , to nieoznaczoność energii ujawnia się gdy podczas przejścia do stanu podstawowego o energii E_0

Częstotliwość promieniowania emitowanego w wyniku tego procesu:

$$f = \frac{E_1 - E_0}{h}$$

nie jest dokładnie określona

$$\Delta f = \frac{\Delta E_1}{h} \cong \frac{1}{2\pi\tau}$$



Poszerzenie linii spektralnych jest zjawiskiem wynikającym z mechaniki kwantowej

Konsekwencją zasady Heisenberga jest również występowanie **reszkowego ruchu** w każdym systemie fizycznym – najmniejsza energia nie jest zerowa.

NIELS BOHR

7 | 10 | 1885 – 18 | 11 | 1962

Everything we call
real is made of
things that cannot
be regarded as real.

If quantum mechanics
hasn't profoundly
shocked you,
you haven't
understood
it yet.

