

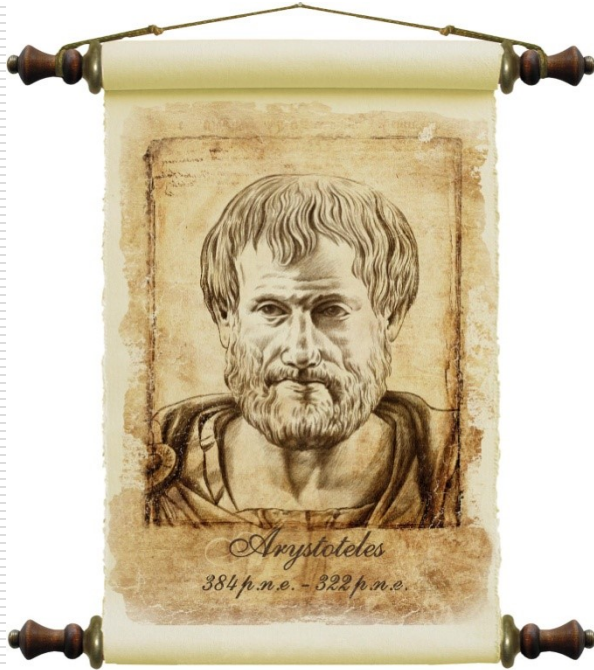
Wykład 4: Dynamika

dr inż. Zbigniew Szklarski

szkla@agh.edu.pl

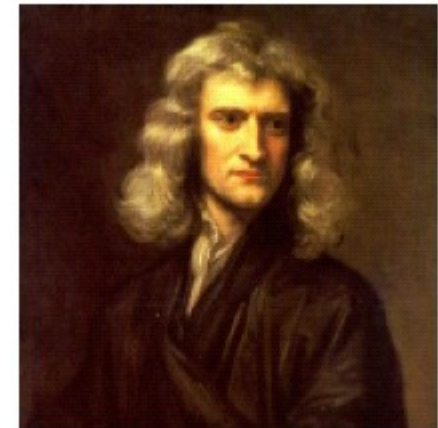
<http://layer.uci.agh.edu.pl/Z.Szklarski/>

Przyczyny ruchu - zasady dynamiki dla punktu materialnego



Jeśli ciało znajduje się we właściwym miejscu, to jego ruch jest możliwy jedynie pod wpływem działania sił zewnętrznych. Z wyjątkiem ciał niebieskich stanem normalnym jest stan spoczynku.

„Każde ciało trwa w swym stanie: spoczynku lub ruchu prostoliniowego i jednostajnego, jeśli siły przyłożone nie zmuszają ciała do zmiany tego stanu.”

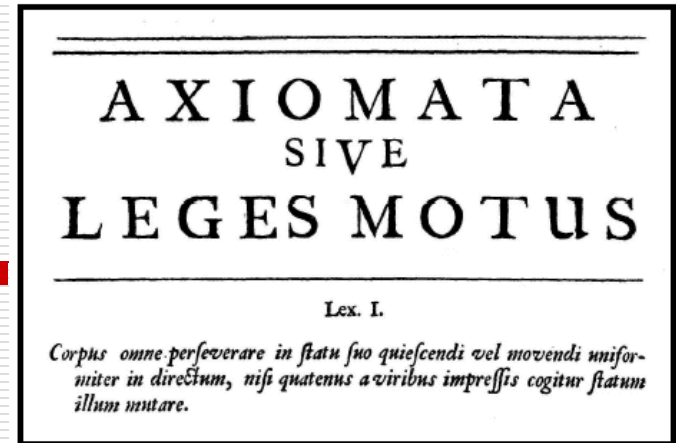


1642-1727
Isaac Newton

*Principia Mathematica Philosophiae
Naturalis*

1687 – zasady dynamiki

Istnieje **układ inercjalny** – tzn. układ odniesienia, w którym ciało, na które nic nie działa, spoczywa lub porusza się bez przyspieszenia.



Zasada bezwładności Newtona jest postulatem istnienia układu inercjalnego.

Jeśli istnieje jeden układ inercjalny, to każdy inny układ poruszający się względem niego z prędkością $\mathbf{V} = \mathbf{const}$ jest też układem inercjalnym; istnieje więc nieskończenie wiele układów inercjalnych

Druga zasada dynamiki

Niezerowa wypadkowa sił zewnętrznych działających na ciało nadaje ciału przyspieszenie o kierunku i zwrocie zgodnym z kierunkiem i zwrotem siły wypadkowej oraz wartości wprost proporcjonalnej do wartości tej siły a odwrotnie proporcjonalnej do masy ciała.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{wyp}}}{m}$$

$$\text{stad } \vec{F}_w = m \cdot \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

Czyli jeśli znamy rozkład sił i masę ciała oraz warunki początkowe dla położenia i prędkości, to rozwiązując równanie ruchu otrzymamy układ trzech równań skalarnych, opisujących zachowanie ciała w czasie:

$$x = x(t) \quad y = y(t) \quad z = z(t)$$

Przykład 1:

Obliczyć wartość siły hamowania koniecznej do zatrzymania na odcinku 55 m samochodu o masie 1500 kg jadącego z szybkością 100 km/h.

Rozwiązanie:

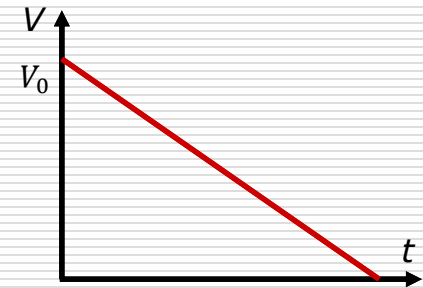
$$100 \text{ km/h} \approx 27,8 \text{ m/s}$$

$$S = \frac{1}{2} V_0 t \Rightarrow t = \frac{2S}{V_0}$$

oraz $a = \frac{V_0}{t}$ gdzie a - opóźnienie !!

$$a = \frac{V_0^2}{2S} \Rightarrow a = 7,03 \text{ m/s}^2$$

$$F = m \cdot a = 10\,538,7 \text{ N} - \text{siła hamująca !}$$



Przykłady równań Newtona:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = q \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B} \quad \text{Ruch ładunku w polu magnetycznym}$$

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = q \vec{E} \quad \text{Ruch ładunku w polu elektrycznym}$$

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = m \vec{g} \quad \text{Ruch masy w polu grawitacyjnym}$$

Uogólniona II zasada dynamiki:

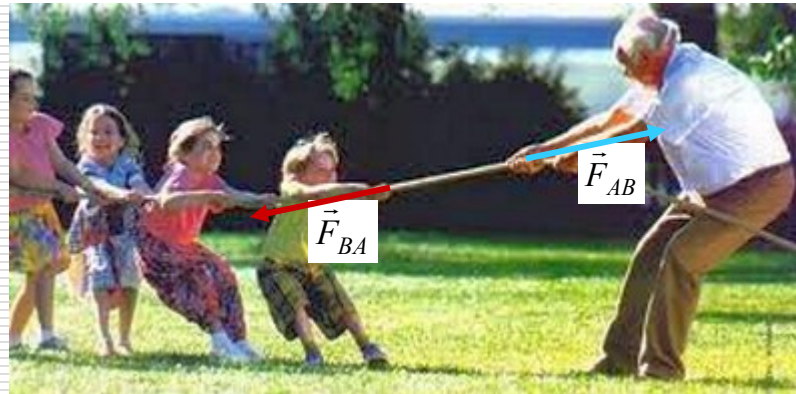
Jeżeli $m = \text{const}$ to

$$\vec{F}_w = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Trzecia zasada dynamiki Newtona



Każdemu działaniu (akcji) towarzyszy przeciwdziałanie (reakcja)



Siła działająca na ciało A ze strony ciała B (F_{AB}) jest równa sile działającej na ciało B ze strony ciała A (F_{BA}).

Siły te występują parami. Czy one się równoważą ?

Nie! Każda siła działa na inne ciało !

Przykład 2:

Jeżeli brak jest siły zewnętrznej (układ izolowany)

$$F_w = 0 \Rightarrow \frac{dp}{dt} = 0 \Rightarrow p = \text{const} \quad (\text{zasada zachowania pędu})$$

Samochód o masie m porusza się poziomo, prostoliniowo z szybkością V i zderza się czołowo z ciężarówką o masie $3m$ jadącą z szybkością $\frac{1}{2}V$. W wyniku zderzenia ciężarówka zatrzymała się, a samochód osobowy został odrzucony wstecz.

Oblicz jaka część początkowej energii samochodów wydzielita się w wyniku zderzenia.

Rozpatrz pierwszą sytuację, gdy ciężarówka ma masę $5m$. Zinterpretuj wynik tych obliczeń.

Przykład 3:

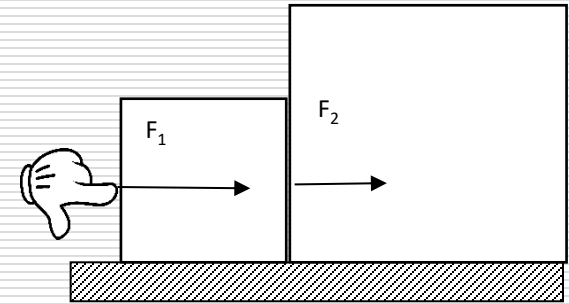
Z wysokości h nad ziemią spada swobodnie kula z gliny o masie M . Na wysokości $h/2$ trafił ją w środek, poruszający poziomo się z prędkością V_0 pocisk o masie m , który utkwiał w kuli.

Oblicz szybkość kuli po wbiciu się w nią pocisku.

Dane g .

Przykład 4:

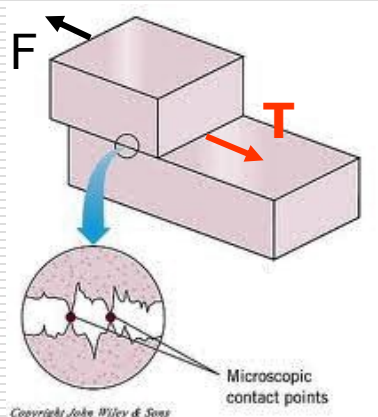
Dwa klocki o masach $m_1 = 0,40$ kg i $m_2 = 0,60$ kg zetknięte ze sobą poruszają się bez tarcia po gładkiej powierzchni pod działaniem siły $F_1 = 2$ N. Siła ta jest przyłożona do mniejszego z klocków.



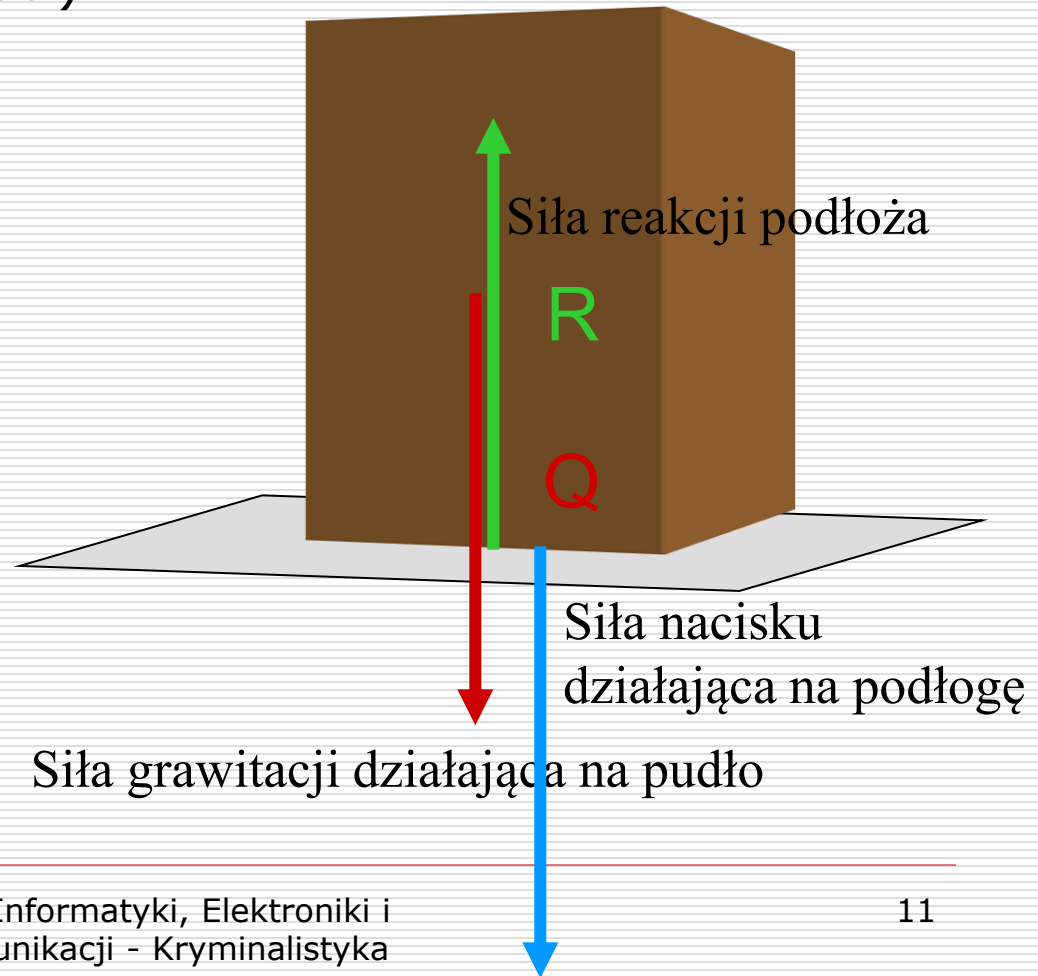
- Oblicz przyspieszenie klocka m_1 .
- Oblicz z jaką siłą F_2 jest popychany większy klocek.
- Podaj z jaką siłą klocek większy oddziałuje na mniejszy.

Przykłady istotnych sił rzeczywistych

- Siła grawitacji (ciężkości)
- Siła nacisku/reakcji
- Siła naprężenia
- Siła tarcia (oporu)

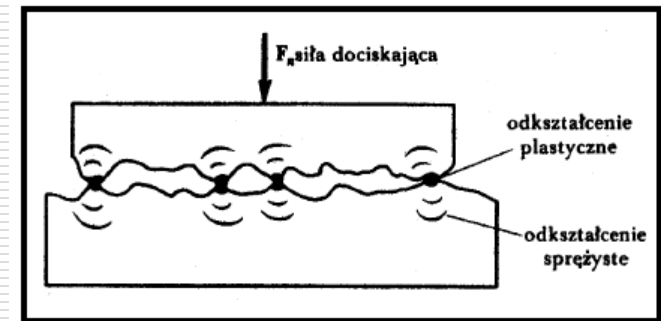


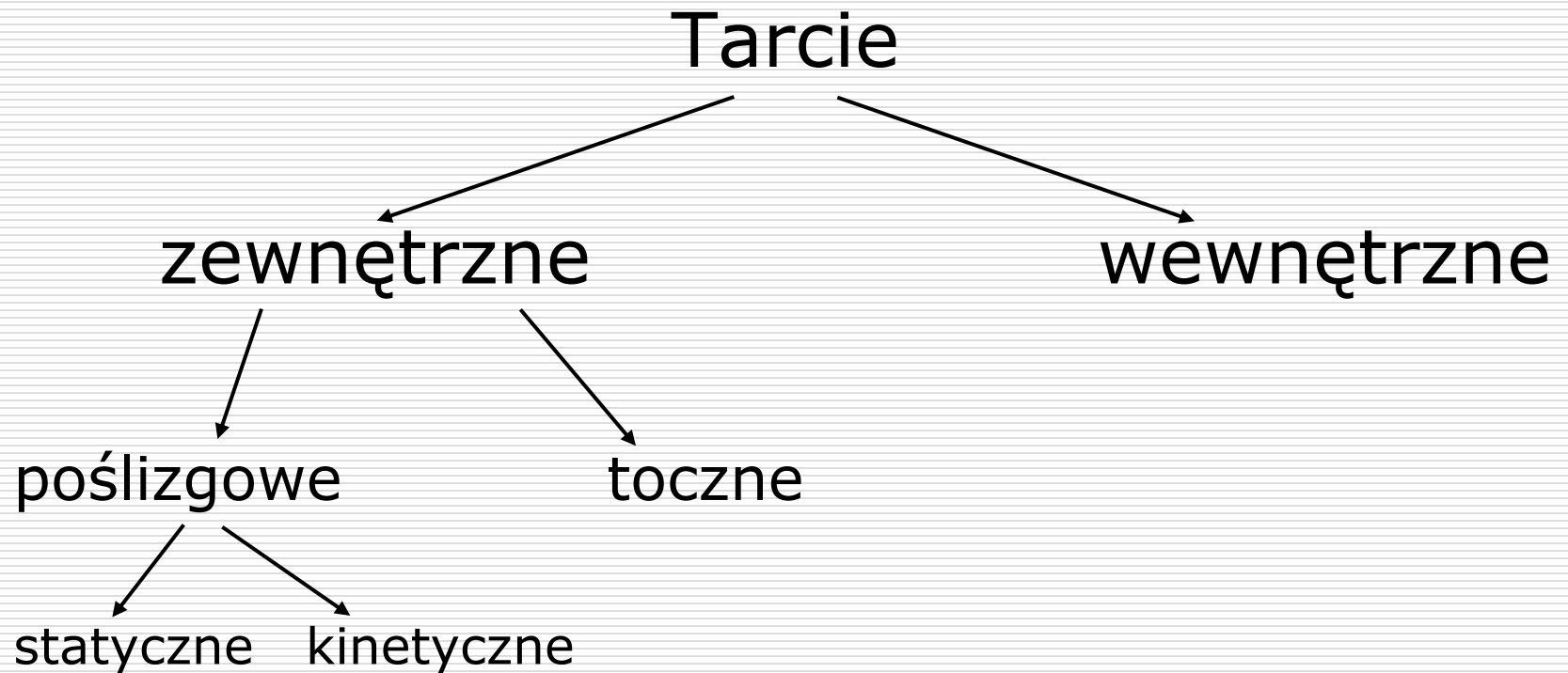
- Siła dośrodkowa



Tarcie

- ❑ Źródłem siły tarcia jest oddziaływanie pomiędzy ciałem a powierzchnią, po której jest wprawiane w ruch.
- ❑ Tarcie jest powodowane przez oddziaływanie elektromagnetyczne między cząstkami/atomami stykających się ciał.
- ❑ Siła tarcia jest sumą wektorową sił działających między atomami na powierzchni jednego i drugiego ciała.
- ❑ Powierzchnia rzeczywistego kontaktu mikroskopowego obu ciał może być nawet 10 000 razy mniejsza od powierzchni pozornego makroskopowego kontaktu.



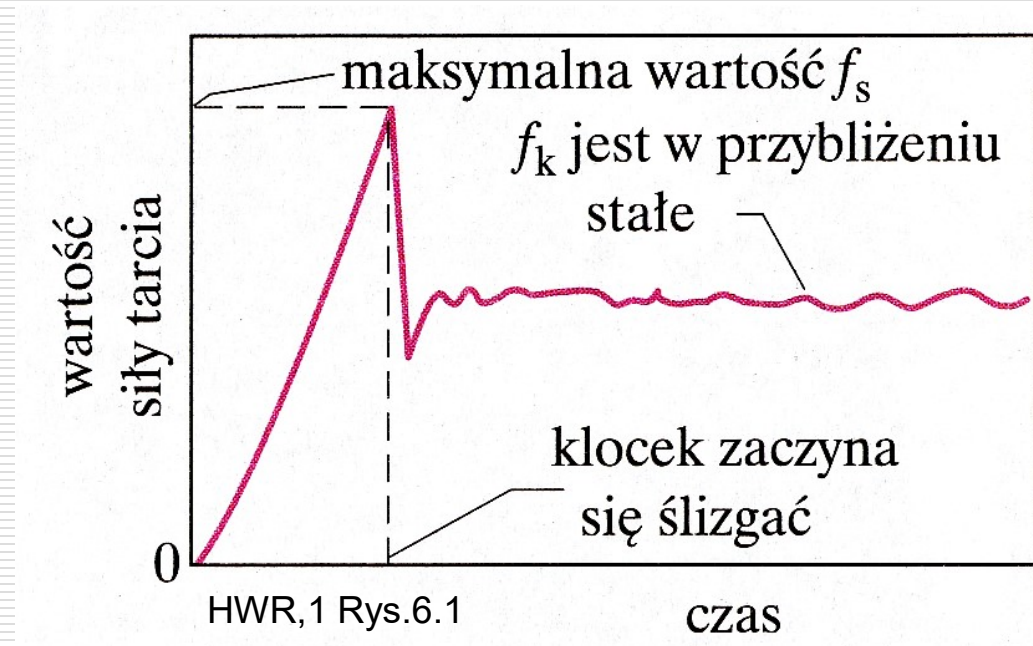


Właściwości siły tarcia

1. Jeśli ciało się nie porusza, to siła tarcia statycznego równoważy składową siły równoległą do powierzchni. Siła tarcia statycznego dopasowuje się do siły usiłującej wprowadzić ciało w ruch.
2. Maksymalna wartość siły tarcia statycznego dana jest wzorem $T_{S_{\max}} = \mu_s N$, gdzie μ_s jest współczynnikiem tarcia statycznego, N jest wartością siły nacisku - prostopadłej do powierzchni, równej sile reakcji działającej na ciało.
3. Jeżeli wartość składowej siły F , równoległej do powierzchni przekracza wartość $T_{S_{\max}}$ to ciało zaczyna się ślizgać. Wartość siły tarcia gwałtownie wówczas maleje do $T_k = \mu_k N$, gdzie μ_k jest współczynnikiem tarcia kinetycznego

Przykładowe współczynniki tarcia:

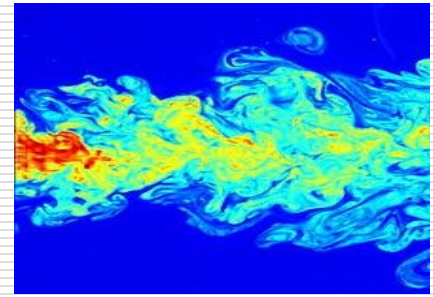
Materiał	Wsp. tarcia statycznego μ_s	Wsp. tarcia kinetycznego μ_k
stal / stal	0.6	0.4
po dodaniu smaru do stali	0.1	0.05
metal / lód	0.022	0.02
opona / sucha nawierzchnia	0.9	0.8
opona / mokra nawierzchnia	0.8	0.7



Tarcie toczne

- wynika ono z braku symetrii oddziaływań w obszarze styku,
- siła reakcji podłoża nie przypada w miejscu działania nacisku lecz jest przesunięta w kierunku toczenia i jest odchylona od pionu,
- przy toczeniu tworzą się i rozrywają połączenia mostkowe (adhezyjne) między ciałami (*ważne w F1 !*),
- następuje deformacja plastyczna w miejscu styku ciał.
 - opona z większą zawartością siarki – mniejsze opory toczenia!
 - wpływ ugięcia ścian opony - szersze mają mniejsze ugięcie - mniejsze opory
 - gruba rzeźba bieżnika – większy opór
 - większy rozmiar koła – mniejszy opór
 - ciśnienie w oponie – większe, to mniejszy opór ale straty energii przy „przeskoku” nad nierównościami

Tarcie wewnętrzne – lepkość



- Lepkość to opór, powstający pomiędzy warstwami (strugami) cieczy lub gazu przemieszczającymi się względem siebie.
- Rodzaj przepływu określa liczba Reynoldsa:

$$Re = \frac{v \rho L}{\eta} = \frac{v L}{\nu}$$

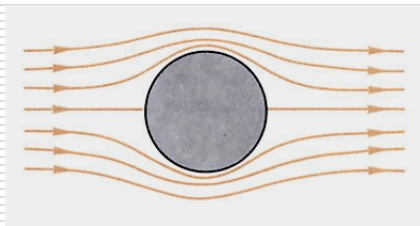
v – prędkość; ρ – gęstość

L – charakterystyczny rozmiar ciała

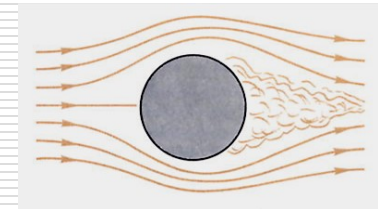
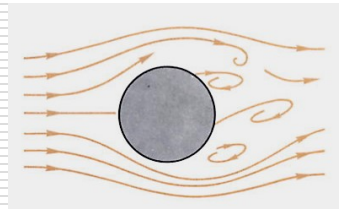
η – współ. lepkości (dynamiczny) $[Pa \cdot s]$

ν – współ. lepkości (kinematyczny)

$$\left[\frac{m^2}{s} \right]$$



przepływ laminarny
 $Re \ll 1$



przepływ turbulentny
 $Re > 2000$

□ Prędkość graniczna



$$V_{gr} = \sqrt{\frac{2F_g}{C \cdot \rho \cdot S}}$$

C – współ. oporu

ρ - gęstość ośrodka

S - pole przekroju

$$V_{gr} = \frac{(m_k - m_p) \cdot g}{6\pi\eta r}$$

prędkość
graniczna
kulki

←

$$m_k \frac{dV}{dt} = m_k \cdot g - m_p \cdot g - 6\pi\eta r \cdot V$$

□ Siła Stokes'a

Kulka o promieniu r porusza się w ośrodku lepkiem (mała liczba Reynoldsa)

$$F_o = 6\pi\eta r V$$

$$F_w = m_p \cdot g$$

$$F_g = m_k \cdot g$$

gdzie:

m_p - masa płynu

wypartego przez kulkę

m_k - masa kulki

Równanie ruchu kulki:

