

Wykład 14 cz.1: Prąd stały i przewodnictwo elektryczne materiałów

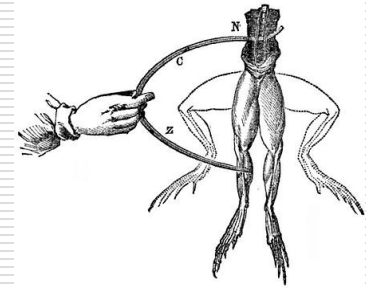
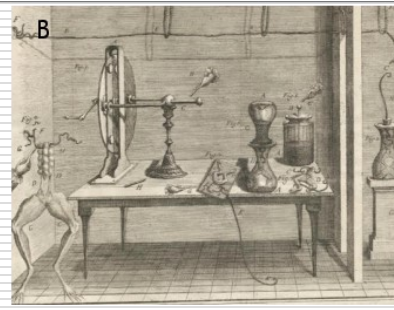
dr inż. Zbigniew Szklarski

szkla@agh.edu.pl

<http://layer.uci.agh.edu.pl/Z.Szklarski/>

Luigi Galvani

„elektryczność zwierzęca”
-1786, 1791

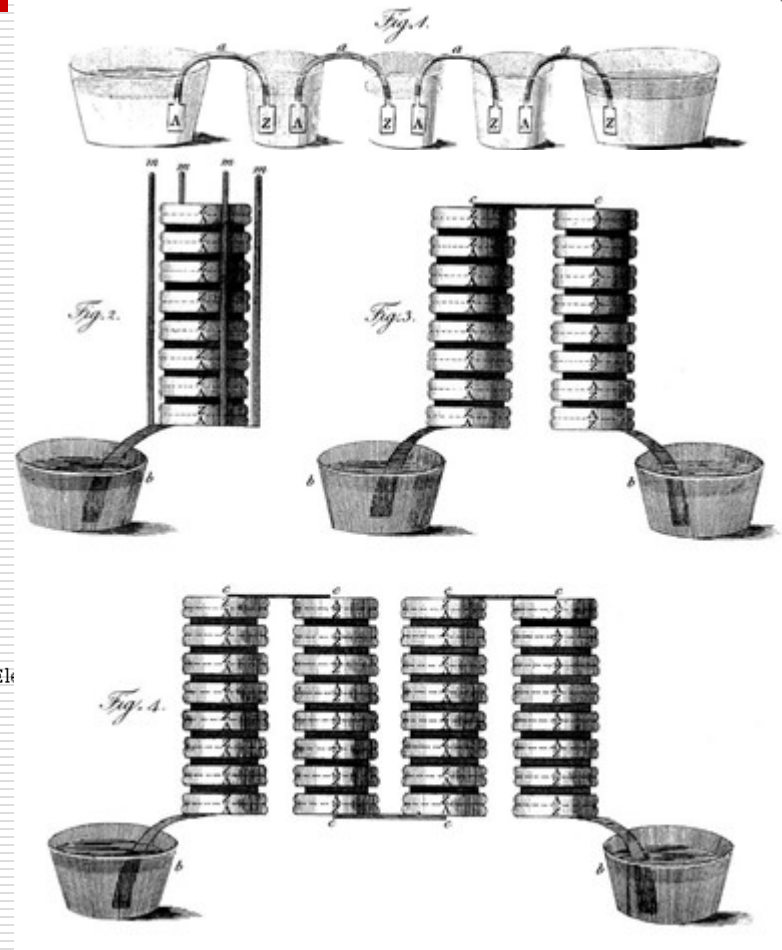
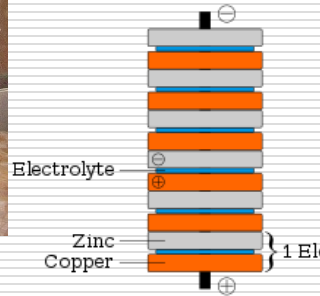


Alessandro Volta

ogniwo cynkowo-miedziane
-1800



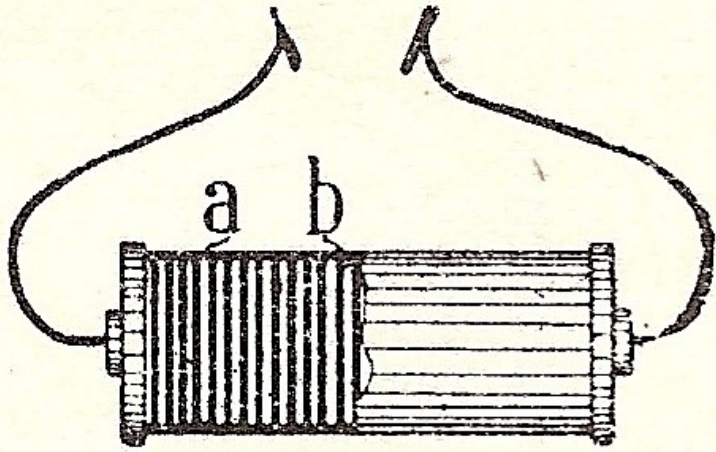
0,76 V



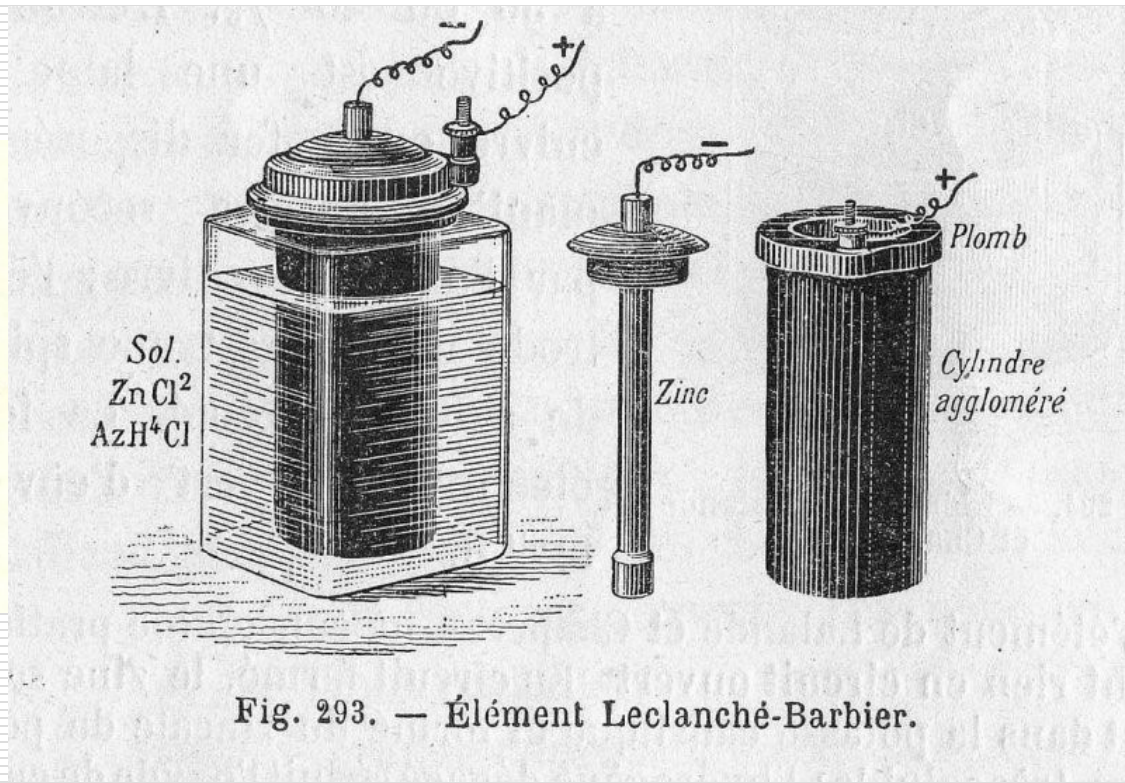
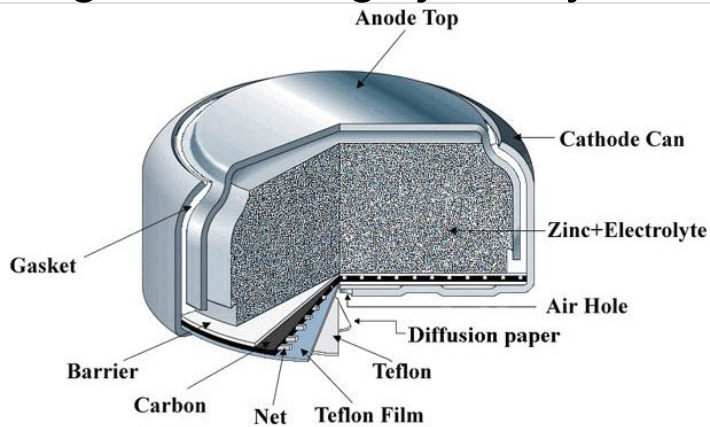
Muzeum Volty,
Como Włochy

1812

Giuseppe Zamboni



Sucha bateria – papier z folią cynkową i z dwutlenkiem magnezu z drugiej strony.



1876 ogniwo Leclanche'go – pierwotnie mokre, roztwór chlorku amonu, później żelowe

Bateria domowa



Prąd elektryczny

Co to jest prąd elektryczny ?

natężenie prądu

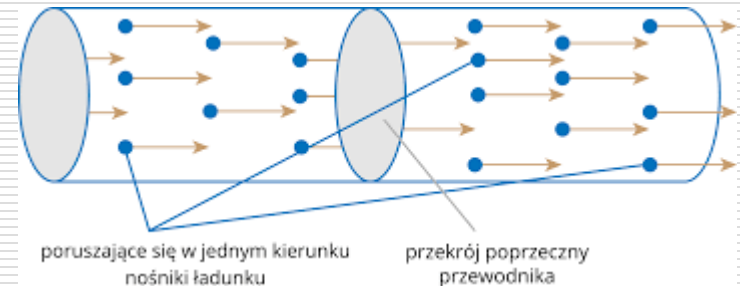
$$i = \frac{q}{t} \quad \left[A = \frac{C}{s} \right]$$

gęstość prądu

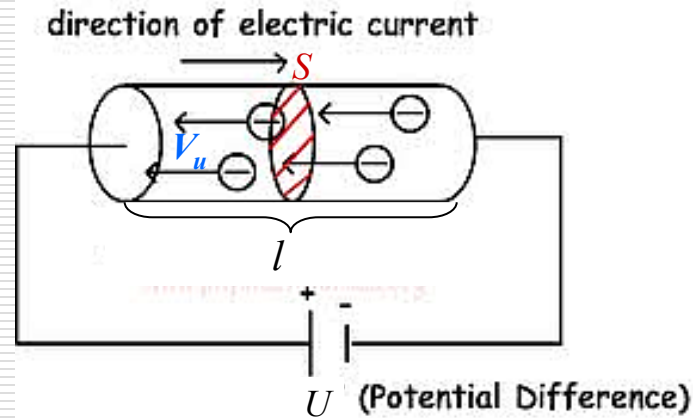
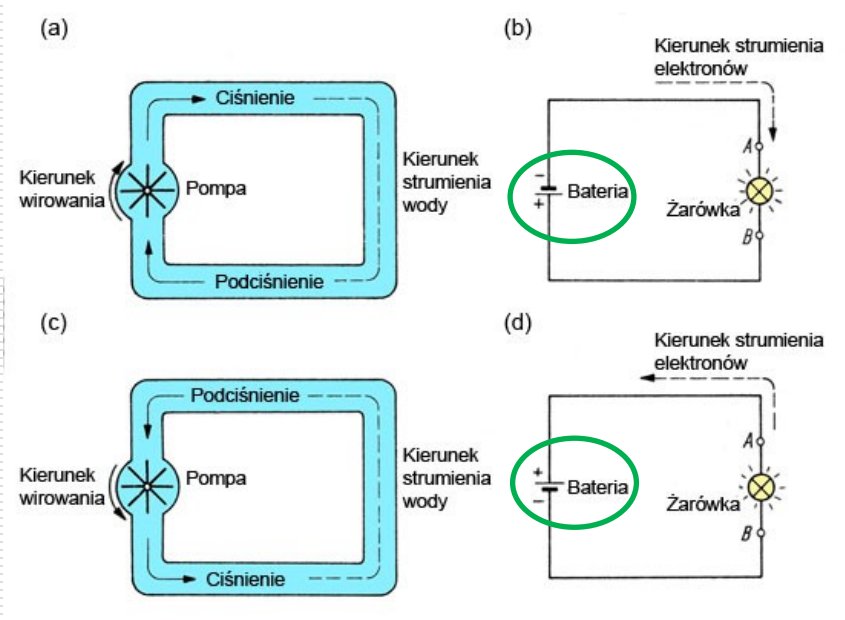
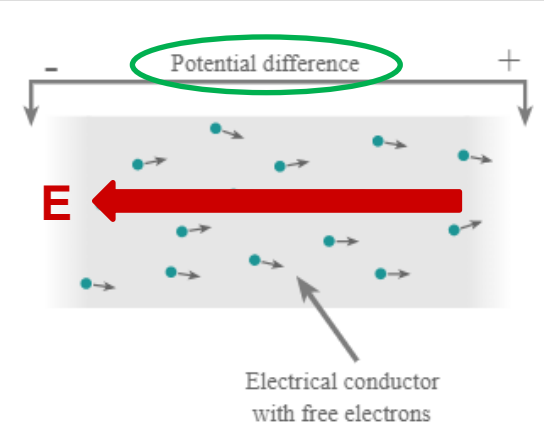
$$j = \frac{i}{S} \quad \left[\frac{A}{m^2} \right]$$

$$i = \oint \vec{j} \circ d\vec{s}$$

	metale	gazy	ciecze (elektrolity)
nośniki	e swob.	e oraz jony+	jony+ i jony-
skąd się biorą?	są	jonizacja	dysocjacja



Dlaczego płynie prąd i co porusza nośniki?



W przewodniku o objętości $V = S \cdot l$ znajduje się ładunek

$q = n \cdot e \cdot S \cdot l$ gdzie n jest koncentracją elektronów (w jednostce objętości)

$$j = \frac{i}{S} = \frac{\frac{q}{t}}{S} = \frac{q}{tS} = \frac{neSl}{tS} \quad \vec{j} = ne\vec{V}_u$$

Prędkość unoszenia - przykład

- Standardowy przewód miedziany o przekroju 2 mm^2 , w którym płynie prąd o natężeniu 10 A .

- Koncentracja elektronów

$$n = \frac{d \cdot N_A}{M} \quad \text{gdzie} \quad d = 9 \text{ g/cm}^3; \quad N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ at/mol}; \\ M = 64 \text{ g/mol}$$

czyli $n = 8,4 \cdot 10^{22} \text{ elektr./cm}^3$

- Gęstość prądu $j = \frac{i}{S} = \frac{10 \text{ A}}{2 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2} = 500 \text{ A/cm}^2$

- Prędkość unoszenia $V_u = \frac{j}{ne} = 3,7 \cdot 10^{-2} \text{ cm/s}$

- Obliczyć natężenie prądu wytwarzanego przez elektron krążący w atomie wodoru na podstawowej orbicie.

Rozwiązanie:

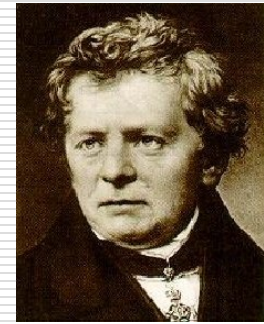
$$i = \frac{e}{T} \quad F_d = F_C \quad \Rightarrow \quad \frac{mV^2}{R} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

Z warunku Bohra

$$L = \frac{h}{2\pi} \Rightarrow mVR = \frac{h}{2\pi} \Rightarrow R = \frac{h}{2\pi mV}$$

Okres obiegu $T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi h}{2\pi mV^2} \quad (T = 153 \text{ ps}) \quad V = \frac{e^2}{2\epsilon_0 h}$

stąd $i = \frac{e^5 m}{4\epsilon_0^2 h^3} \approx \underline{4,5 \text{ mA}}$ $(V = 2,18 \cdot 10^6 \text{ m/s})$



Prawo Ohma

$$i \sim U$$

(1789-1854)

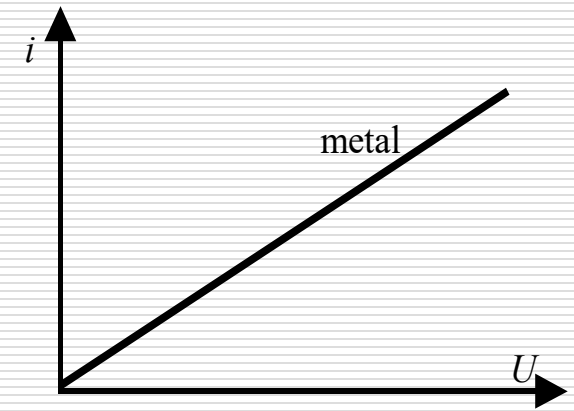
$$i \sim U \quad i = \frac{U}{R} \quad R = \frac{U}{i} \quad \left[\Omega = \frac{V}{A} \right]$$

$$-\vec{\nabla}V = \vec{E} \Rightarrow -\frac{dV}{dl} = E \Rightarrow U = -\int \vec{E} \circ d\vec{l}$$

$$R = \frac{U}{i} = \frac{-\int \vec{E} \circ d\vec{l}}{\oint \vec{j} \circ d\vec{S}} = \frac{El}{jS} = \rho \frac{l}{S}$$

gdzie ρ [$\Omega \cdot m$] jest rezystancją właściwą

$$R = const \quad \text{oraz} \quad R \neq f(U)$$



□ Wektorowa postać prawa Ohma $\vec{j} = \sigma \vec{E}$

gdzie σ [S/m] jest to przewodność właściwa

□ inaczej - konduktywność $\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{j}{E}$

$$di = \frac{1}{R} dU$$

□ Różniczkowa postać prawa Ohma

Przykłady

1. Na metrowym odcinku cienkiego drutu bez izolacji zawiązano 10 supełków. Czy opór drutu się zmieni?
2. Przewodnik **A** jest 2 razy krótszy oraz ma 2 razy większą średnicę niż przewodnik **B**. Jaki jest opór **A** w stosunku do oporu przewodnika **B** ?
3. Opór drutu o długości L wynosi R_0 . Jeżeli go rozciągniemy do $2L$ przy stałej masie, to jak wówczas zmieni się jego opór?

Odpowiedzi:

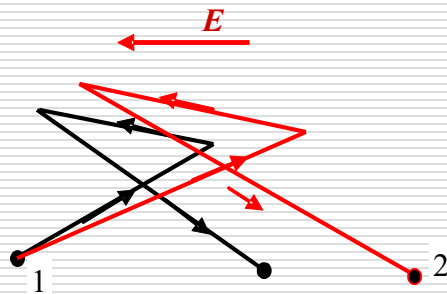
Ad.1. zmaleje

Ad.2. 8 razy mniejszy

Ad.3. wzrośnie 4 razy

Przewodnictwo elektryczne w metalach – model Drudego.

- Elektron poruszający się pod wpływem **zewnętrznego pola elektrycznego**



$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = e \cdot \vec{E} \quad \left| \int \right. \quad \begin{aligned} mdV &= eEdt \\ \underline{mV_u} &= eE\tau \end{aligned}$$

$\tau = \frac{\lambda}{V}$ gdzie λ - średnia droga swobodna elektronu, który zderza się z

defektem sieci – fononem, traci część energii więc ustala się prędkość średnia $\approx 10^6$ m/s ale $V_u \sim 10^{-4}$ m/s !

W temperaturze pokojowej λ wynosi około 40 nm dla Cu i Au oraz 60 nm dla Ag.

Zatem $\underline{V_u = \frac{eE}{m} \tau}$ oraz $V_u = \frac{j}{ne}$ gdzie $j = \sigma E = \frac{E}{\rho} \Rightarrow \underline{V_u = \frac{E}{\rho ne}}$

Porównując $\underline{\frac{E}{\rho ne} = \frac{eE}{m} \tau} \Rightarrow \underline{\rho = \frac{m}{ne^2 \tau} \neq f(E)}$

Przewodnictwo elektryczne σ

Skoro $V_u = \frac{j}{ne} = \frac{E}{\rho ne}$ czyli pole elektryczne \mathbf{E} powoduje ruch nośników prądu z szybkością V_u

To jak szybko porusza się nośnik ładunku pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego określa parametr zwany **ruchliwością**.









$$\mu = \frac{V_u}{E}$$

Zatem skoro $j = neV_u$ oraz $\sigma = \frac{j}{E}$

więc $\sigma = \frac{neV_u}{E} \Rightarrow \boxed{\sigma = ne\mu}$
koncentracja ruchliwość

Wpływ temperatury na...

$$\sigma = ne\mu$$

	metale	gazy	ciecze (elektrolity)
nośniki	e swob.	e oraz jony+	jony+ i jony-
skąd się biorą?	są	jonizacja	dysocjacja
zmiana $n(T)$	brak		
zmiana $\mu(T)$			
zmiana przewodnictwa			

Zależność rezystancji od temperatury

Prawdopodobieństwo rozpraszania jest proporcjonalne do wychylenia jonu z położenia równowagi.

$$\tau \sim \frac{1}{T} \Rightarrow \rho \sim T$$

Reguła Matthiesena

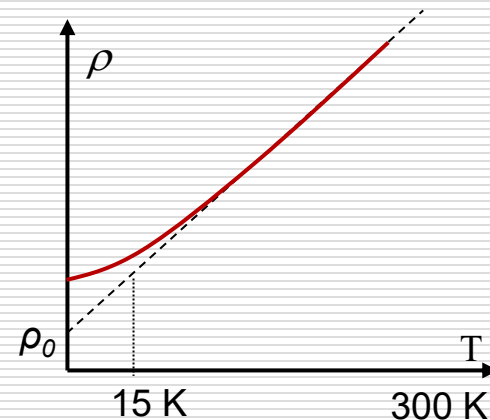
$$\rho_{tot} = \rho_0 + \rho_{ph} + \rho_d + \dots$$

ρ_0 – oporność resztkowa

ρ_{ph} – oporność fononowa

ρ_d – oporność domieszkowa

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho}{dT} \quad \text{- różniczkowy TWR;}$$



$$\rho \sim T^5 \text{ dla } T < 15 \text{ K}$$

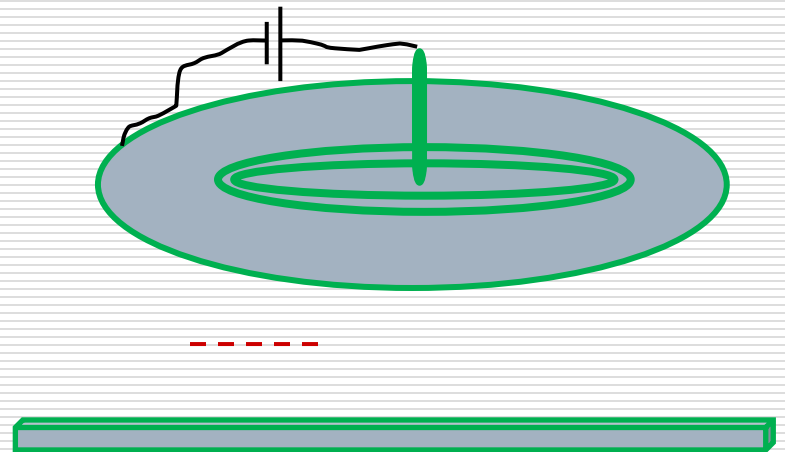
$$\rho_{ph} = \rho_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

gdzie α - temperaturowy współczynnik rezystancji (TWR).

$$\alpha_{sr} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta\rho}{\Delta T}$$

Przykład

Dysk o promieniu r_1 i grubości h wykonany jest z materiału o oporze właściwym ρ . Dysk otoczony jest cienkim pierścieniem o bardzo dobrym przewodnictwie z zamocowaną elektrodą. Druga elektroda w kształcie pręta o promieniu r_0 zamocowana jest w środku dysku.

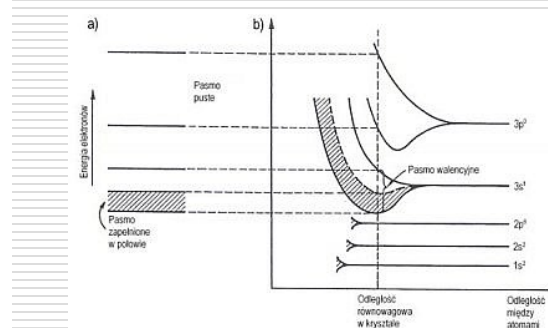
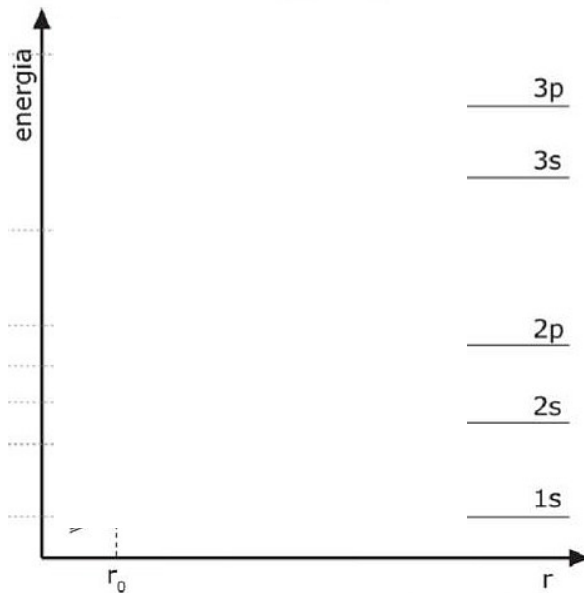


- Obliczyć wartość oporu między elektrodami dysku;
- Obliczyć natężenie prądu w dysku, po przyłożeniu między elektrodami różnicy potencjałów U ;
- Obliczyć zależność gęstości prądu w funkcji odległości od środka dysku;

Pasma energetyczne

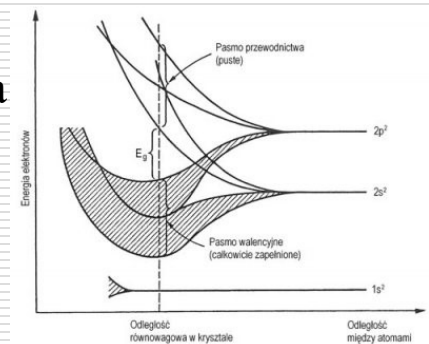
pasma energetyczne - 1928 Felix Bloch

zbliżanie się atomów do siebie powoduje rozszczepienie pojedynczych poziomów energetycznych elektronów

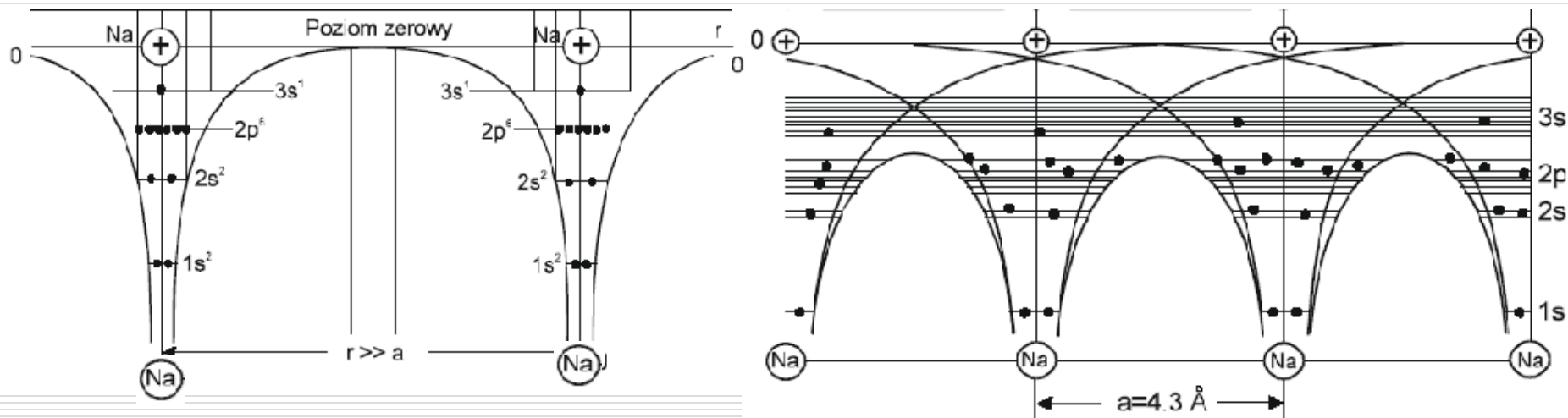


Struktura pasmowa sodu

Struktura pasmowa diamentu



Prędkość ruchu elektronu jest rzędu 10^5 m/s, a rozmiary atomu wynoszą 10^{-10} m, to elektron walencyjny znajduje się w danym węźle w czasie $\Delta t = 10^{-15}$ s, co powoduje, że szerokość poziomu energetycznego elektronu walencyjnego ΔE jest w przybliżeniu równa $\Delta E = h / \Delta t \approx 1$ eV

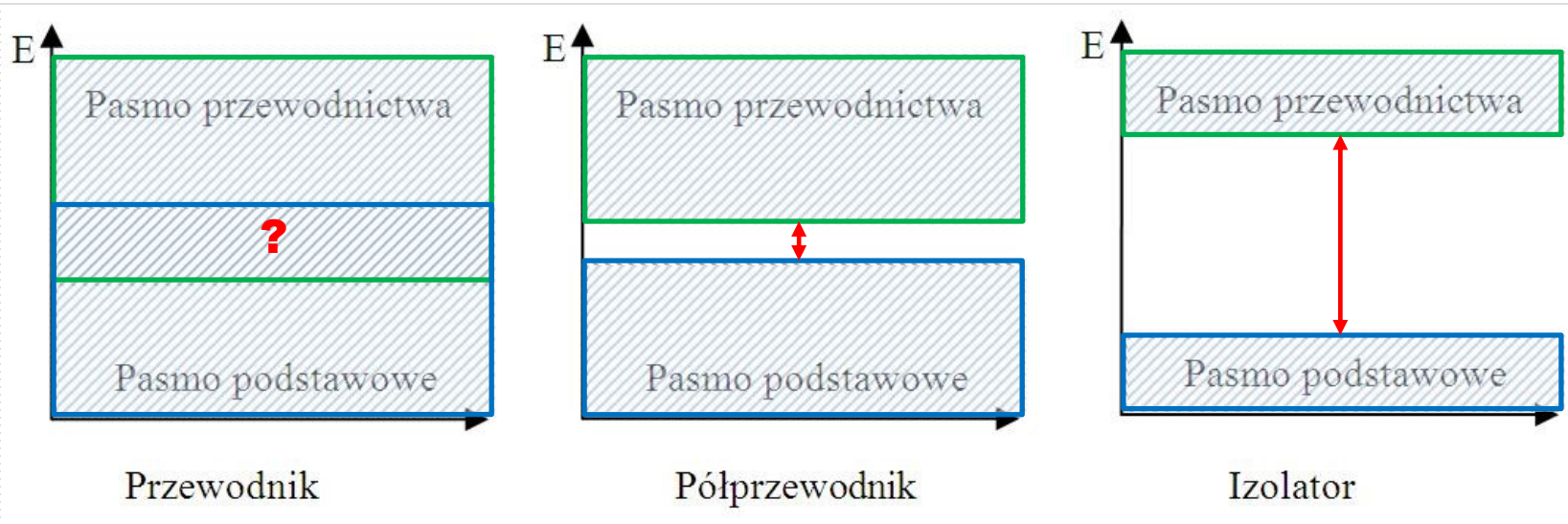


W budowie pasm udział biorą tylko elektrony zewnętrzne, natomiast chmury elektronowe wewnętrznych powłok elektronowych atomów już się nie przykrywają i stany elektronów wewnętrznych atomów kryształu pozostają w zasadzie takie same jak w atomach izolowanych.

Elektrony walencyjne należą do wszystkich atomów równocześnie

Przy szerokości pasma rzędu 1 eV odległości między poziomami wynoszą około 10^{-22} eV, co wskazuje, że nie ma możliwości doświadczalnego ich rozróżnienia. O takiej grupie poziomów mówimy jako o paśmie dozwolonym uważając, że elektrony w tym paśmie mają ciągły rozkład energii.

Pasma te są rozdzielone pasmami wzbronionymi.



Półprzewodnik		E_g [eV]	Półprzewodnik		E_g [eV]
arsenek indu	InAs	0,36	siarczek kadmu	CdS	2,42
german	Ge	0,67	selenek cynku	ZnSe	2,7
krzem	Si	1,11	węgiel krzemu	SiC	2,86
arsenek galu	GaAs	1,43	siarczek cynku	ZnS	3,6
selenek kadmu	CdSe	1,73	diament	C	5,5
fosforek galu	GaP	2,26			

Półprzewodniki

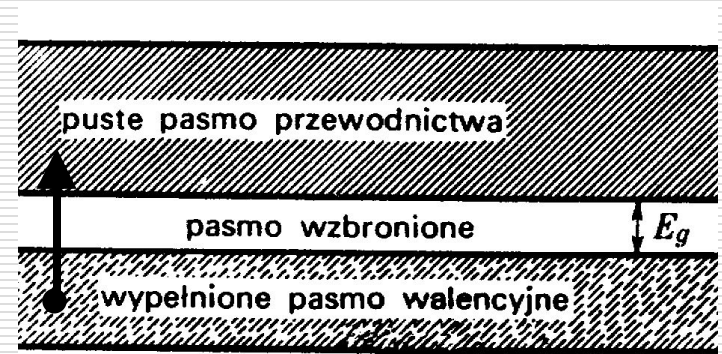
- Półprzewodniki samoistne (np. Ge, Si – IV grupa, wiązania kowalencyjne)

W temperaturze 0 K przewodnictwo jest zerowe – wszystkie stany w paśmie przewodnictwa są puste.

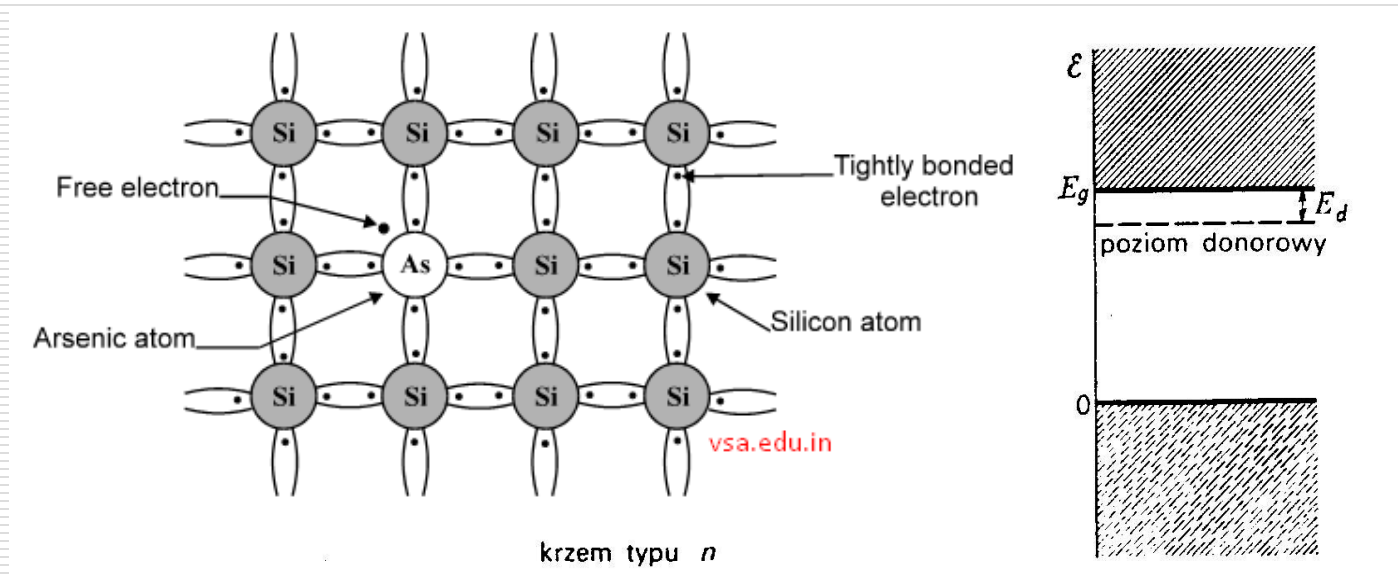
Dla germanu $E_g = 0,67$ eV

dla krzemu $E_g = 1,14$ eV

Przy wzroście temperatury elektrony są termicznie wzbudzane



- Półprzewodniki domieszkowe
- domieszka donorowa

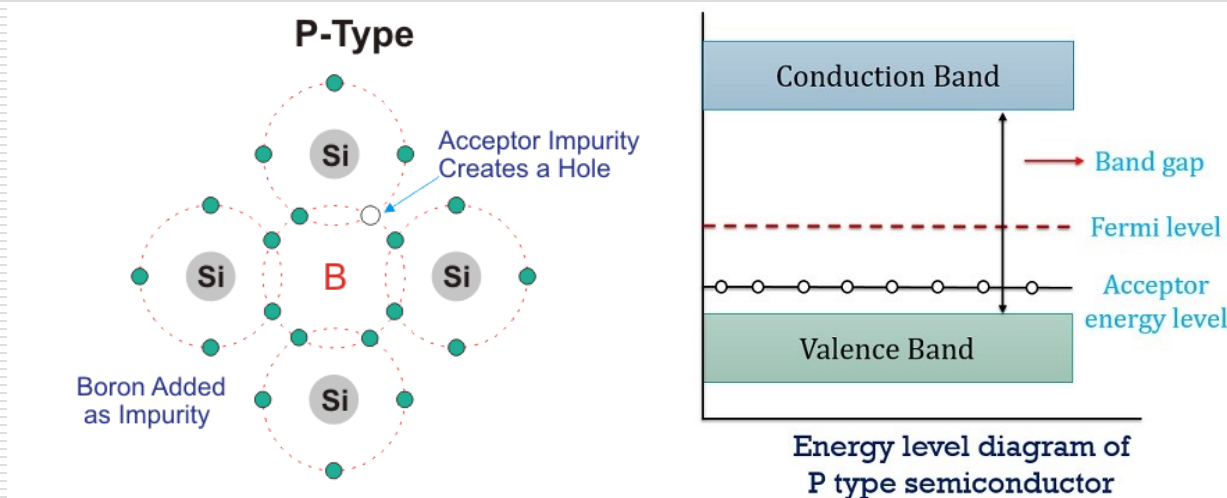


Domieszka As (+5) w sieci krzemu (+4) daje dodatkowy, swobodny elektron do pasma przewodnictwa.

Energia jonizacji donoru $E_d = 0,049 \text{ eV}$

Dziury powstałe na poziomie donorowym są zlokalizowane przy atomach domieszek – nie biorą udziału w przewodnictwie.

- domieszka akceptorowa



- Bor (+3) jest domieszką akceptorową w krzemie (+4), gdyż może zabrać elektron z pasma walencyjnego pozostawiając dodatnią dziurę. Aby zjonizować akceptor, musimy dostarczyć energii elektronowi z pasma walencyjnego, który przejdzie wówczas do akceptora.
- W tym przypadku, energia jonizacji $E_a = 0,045$ eV.
- Dziury w paśmie walencyjnym są nośnikami prądu elektrycznego.

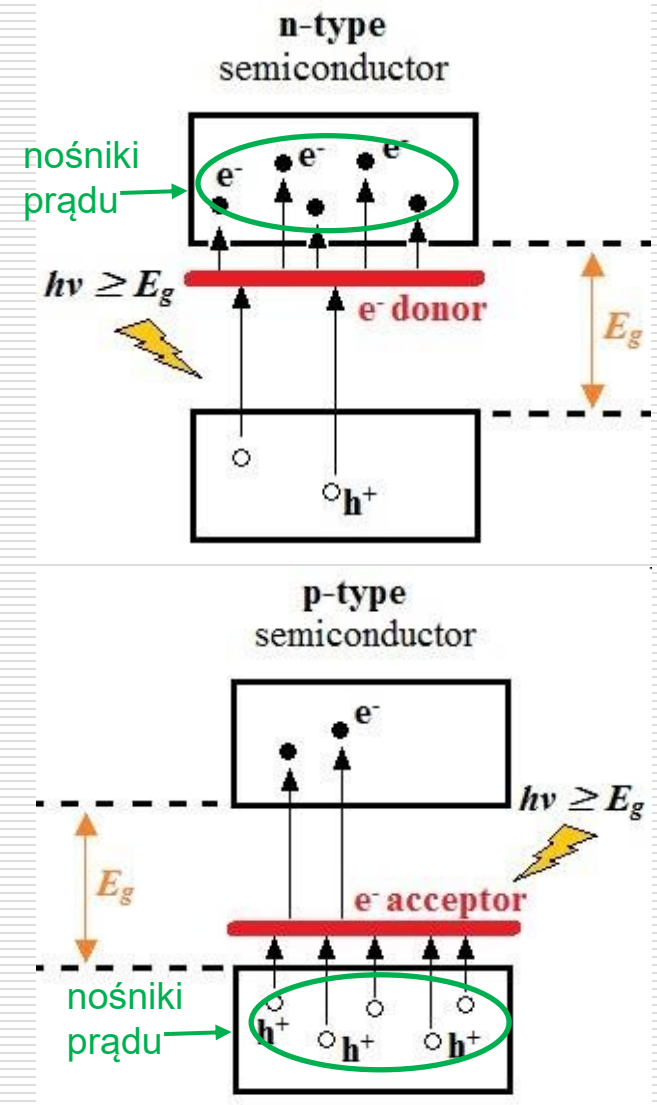
Przykładowe wartości energii jonizacji [eV]:
 Energia 0,01 eV \approx 116 K.

Domieszka	w	Ge	Si
Donorowa:	As	0,127	0,049
	Sb	0,0096	0,039
Akceptorowa:	Ga	0,0108	0,065
	In	0,0112	0,16

Przewodnictwo $\sigma = ne\mu$

$$\sigma(T) = n(T)e\mu(T)$$

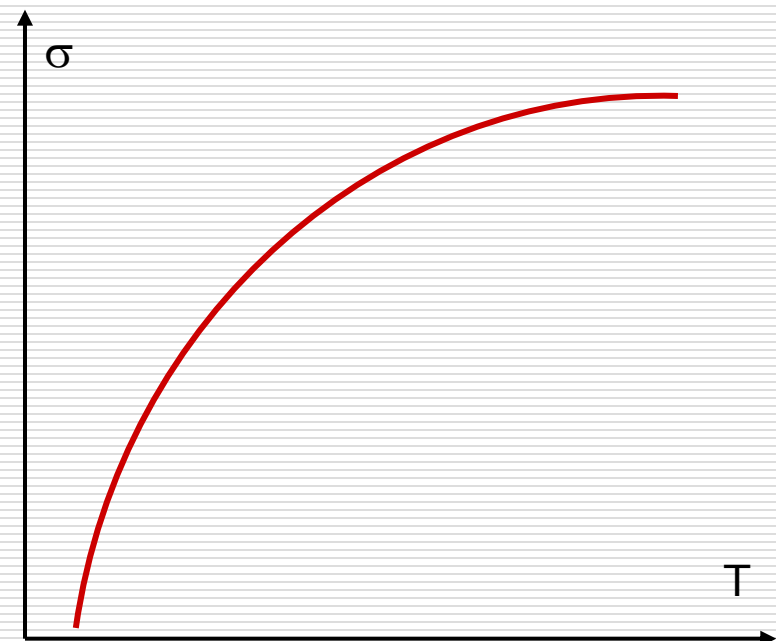
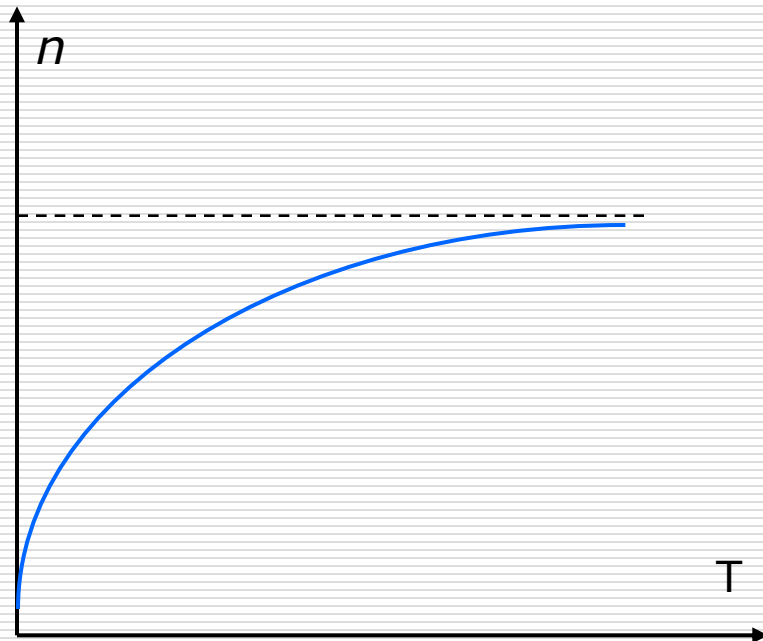
Gdy $T \uparrow$ to $\mu \downarrow$ ale $n \uparrow \uparrow$ więc $\sigma \uparrow$



$$n(T) = n_0 e^{-\frac{E_g}{2kT}}$$

$$\sigma = |e|(n_h \mu_h + n_e \mu_e)$$

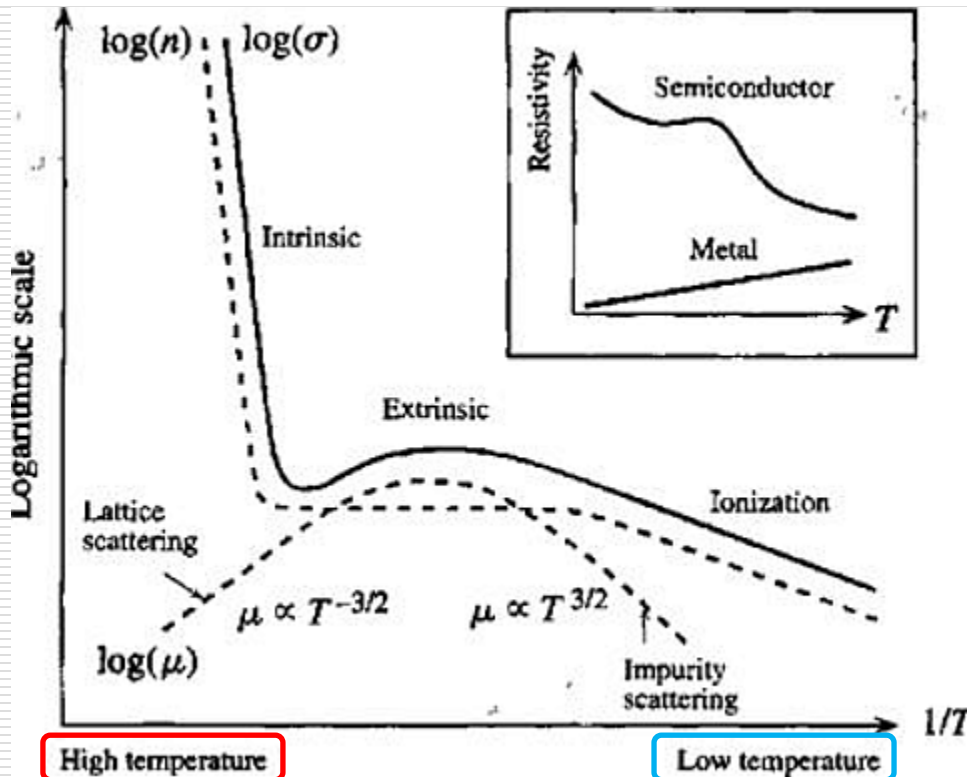
gdzie n_h i n_e są to odpowiednio koncentracje dziur (h) i elektronów (n) [1/m³].



Przewodnictwo elektryczne σ w półprzewodnikach

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p)$$

Np. dla półprzewodnika n



Niskie temperatury
- nośniki z jonizacji domieszek donorowych

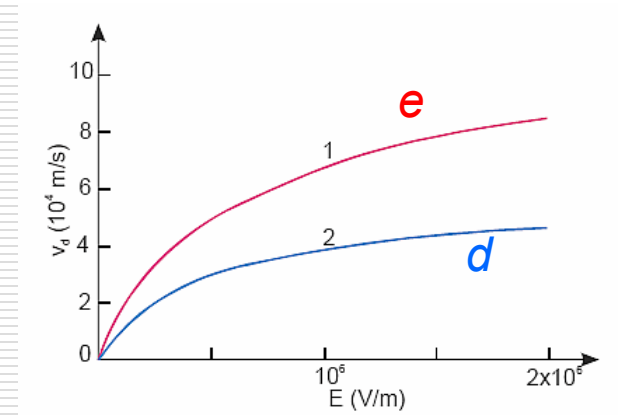
Temperatury pośrednie -
wszystkie domieszki zjonizowane: $n \approx const$

Wysokie temperatury –
przewodnictwo samoistne –
elektrony wzbudzone do
pasma przewodnictwa

Ruchliwość i rozpraszanie

$$\mu = \frac{e \langle L \rangle}{m \langle V_u \rangle} = \frac{V_u}{E} \quad \text{gdzie}$$

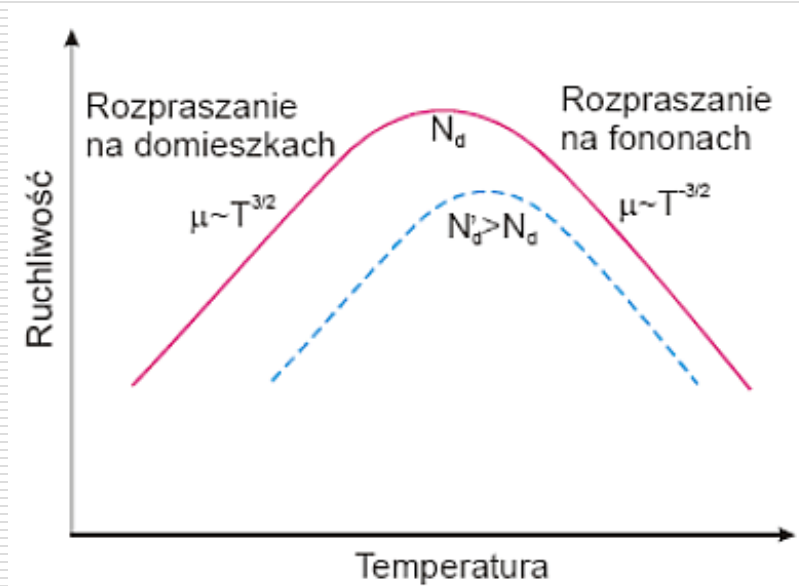
$\langle L \rangle$ - średnia droga swobodna
 $\langle V_u \rangle$ - średnia prędkość nośników



dryf nośników ładunku w kierunku pola elektrycznego z **prędkością unoszenia** ustaloną wskutek zderzeń z fononami i domieszkami, etc.

Wartość średniej drogi swobodnej uwarunkowana jest mechanizmami rozpraszania. W półprzewodnikach o szerszej przerwie energetycznej **dominują dwa mechanizmy rozpraszania:**

- w wysokich temperaturach decydującą rolę odgrywa **rozpraszanie na fononach**: kiedy koncentracja fononów jest duża, wówczas $\mu_{fon} = \sim T^{-3/2}$
- w niskich temperaturach dominuje **rozpraszanie na zjonizowanych domieszkach**: $\mu_{dom} = \sim T^{3/2}$
- w bardzo niskich temperaturach istotne jest **rozpraszanie na obojętnych zanieczyszczeniach, dyslokacjach i innych defektach strukturalnych** (μ nie zależy od T)



Przewodnictwo elektryczne w półprzewodnikach - podsumowanie

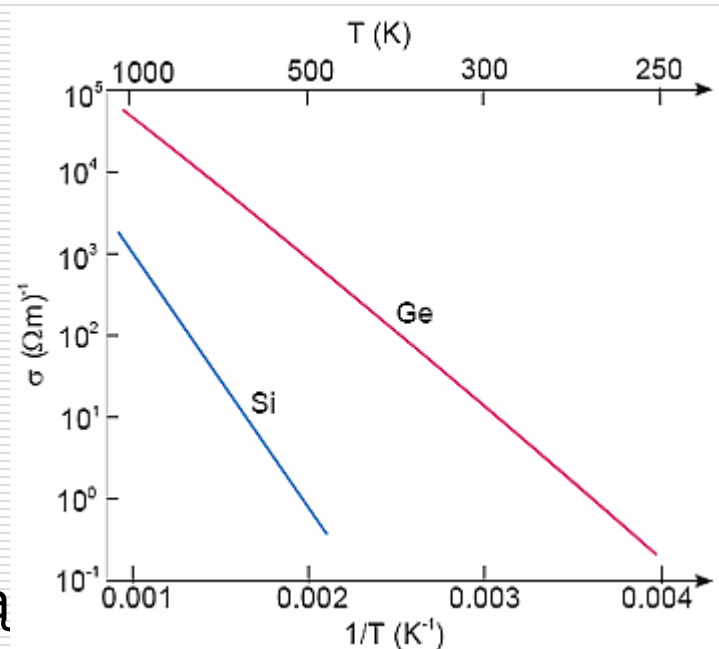
$$\sigma = \sigma_0 e^{\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)}$$

□ Półprzewodniki samoistne:

Ruchliwość nośników, z wyjątkiem temperatur bardzo niskich (<100K), jest w przybliżeniu proporcjonalna do $T^{-3/2}$.

Konduktywność półprzewodników bardzo szybko zmienia się z temperaturą, przy czym zmiany te są uwarunkowane zmianami koncentracji nośników.

Jest to dość istotna różnica pomiędzy półprzewodnikami a metalami. W metalach koncentracja nośników jest stała, a temperaturowa zależność σ jest spowodowana tylko temperaturową zależnością ruchliwości nośników.



□ Półprzewodniki domieszkowe:

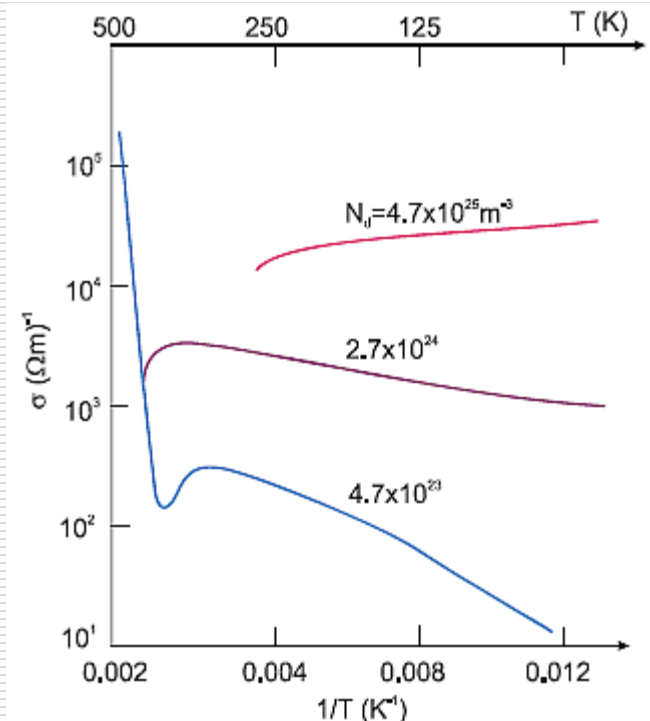
Również w półprzewodnikach domieszkowych zależność konduktywności od temperatury jest uwarunkowana głównie zależnością koncentracji nośników od temperatury.








- Niskie temperatury

$$\sigma = \sigma_0 e^{\left(-\frac{E_j}{2kT}\right)}$$

W tym zakresie dominuje rozpraszanie na domieszkach.

Konduktywność bardzo szybko wzrasta z temperaturą na skutek termicznej jonizacji domieszek i jest uwarunkowana tylko nośnikami większościowymi.



	metale	gazy	ciecze (elektrolyty)	półprzewodniki
nośniki	e swob.	e oraz jony+	jony+ i jony-	e i dziury
skąd się biorą?	są	jonizacja	dysocjacja	wzbudzenia termiczne
zmiana $n(T)$	brak			
zmiana $\mu(T)$				
zmiana przewodnictwa	