

# Wykład 6: Przekazywanie energii – elementy termodynamiki

---

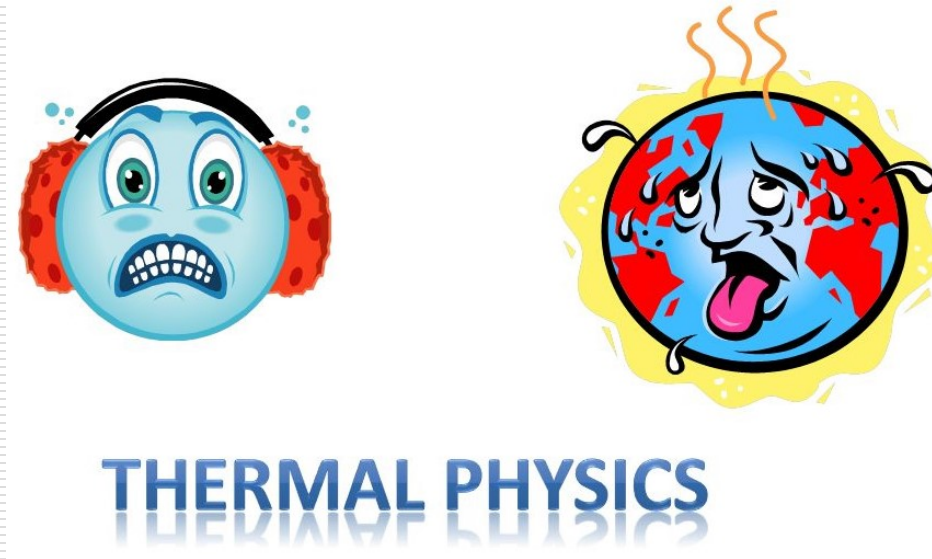
dr inż. Zbigniew Szklarski

[szkla@agh.edu.pl](mailto:szkla@agh.edu.pl)

<http://layer.uci.agh.edu.pl/Z.Szklarski/>

# Temperatura

---



- Fenomenologicznie – wielkość informująca o tym jak ciepłe/zimne jest dane ciało.
- Kinetyczno-molekularnie - jest określona przez średnią energię kinetyczną ruchu cząsteczek ciała.

# Pomiar temperatury

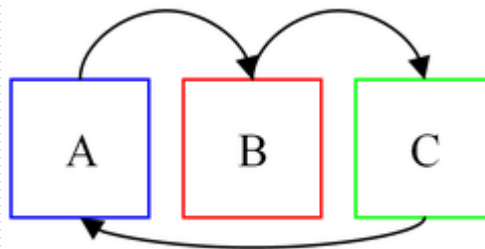
---

Zmiana temperatury → zmiany własności ciał → termoskop

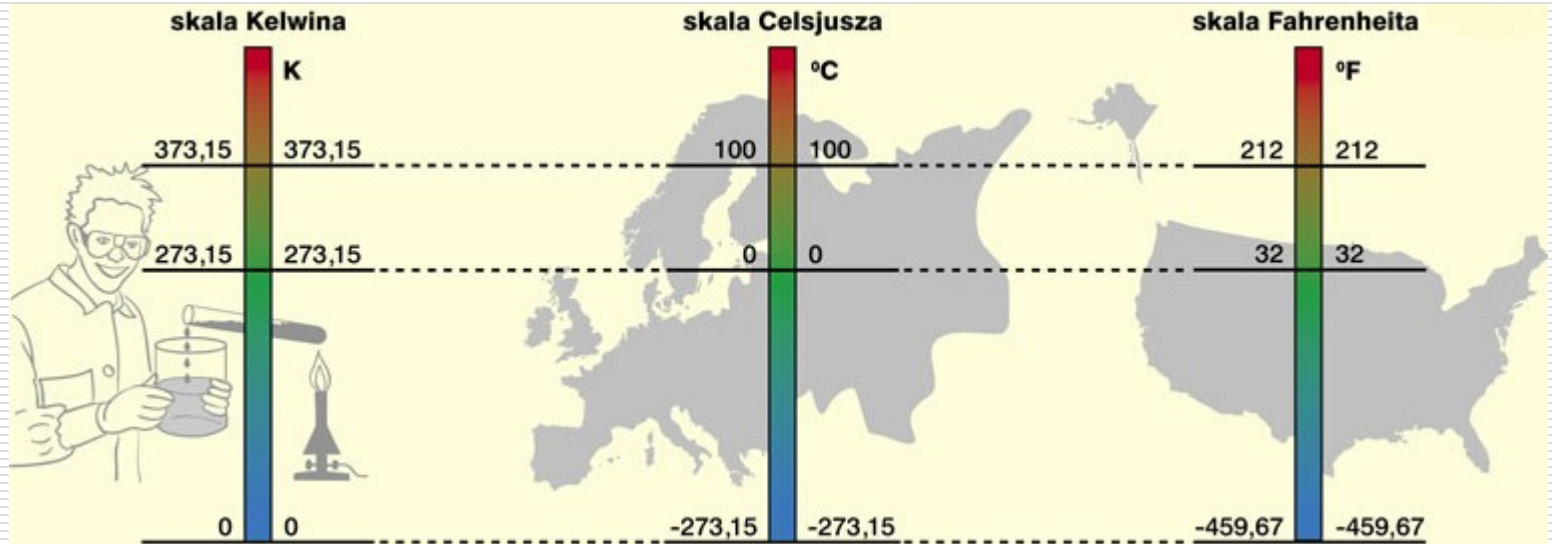
Wyskalowany termoskop ⇒ *termometr*



Zasada pomiaru opiera się na *ZEROWEJ ZASADZIE TERMODYNAMIKI*



# Skale temperatur



Punkty termometryczne:

punkt potrójny wody  
= 273,16 K

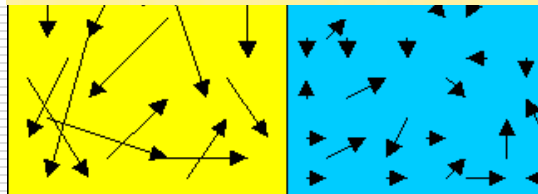
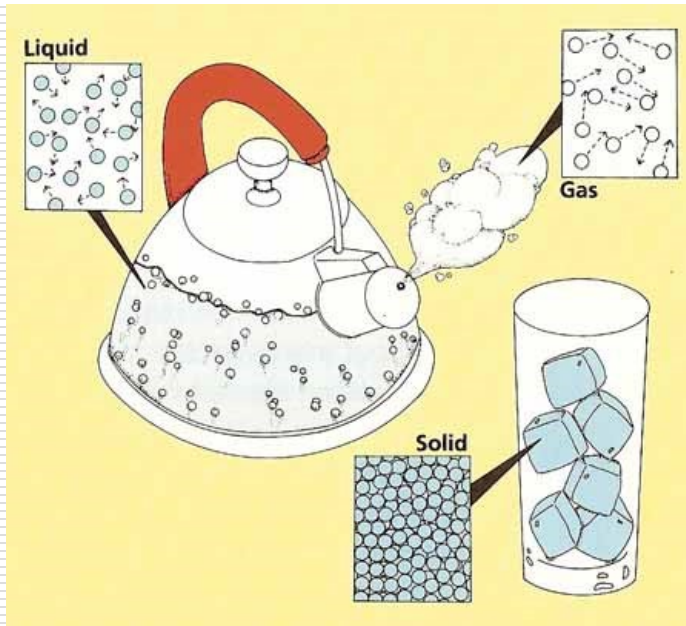
wrząca woda  
topniejący lód

$$t_C = T_K - 273,15$$
$$\Delta t_C = \Delta T_K$$

temp. ciała  
krzepnący roztwór  
salmiaku

$$t_F = \frac{9}{5}(t_C + 32)$$

# Kinetyczno-molekularna interpretacja temperatury, energii wewnętrznej i ciepła



Cząsteczki  
w gazie  
gorącym

Cząsteczki  
w gazie  
chłodnym

Związek energii kinetycznej cząsteczki z temperaturą, dla każdego stopnia swobody cząsteczki :

$$\langle E_k \rangle \sim kT$$

gdzie  $k$  – stała Boltzmana

Dla cząsteczki jednoatomowej

$$\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} kT$$

Dla cząsteczki dwuatomowej

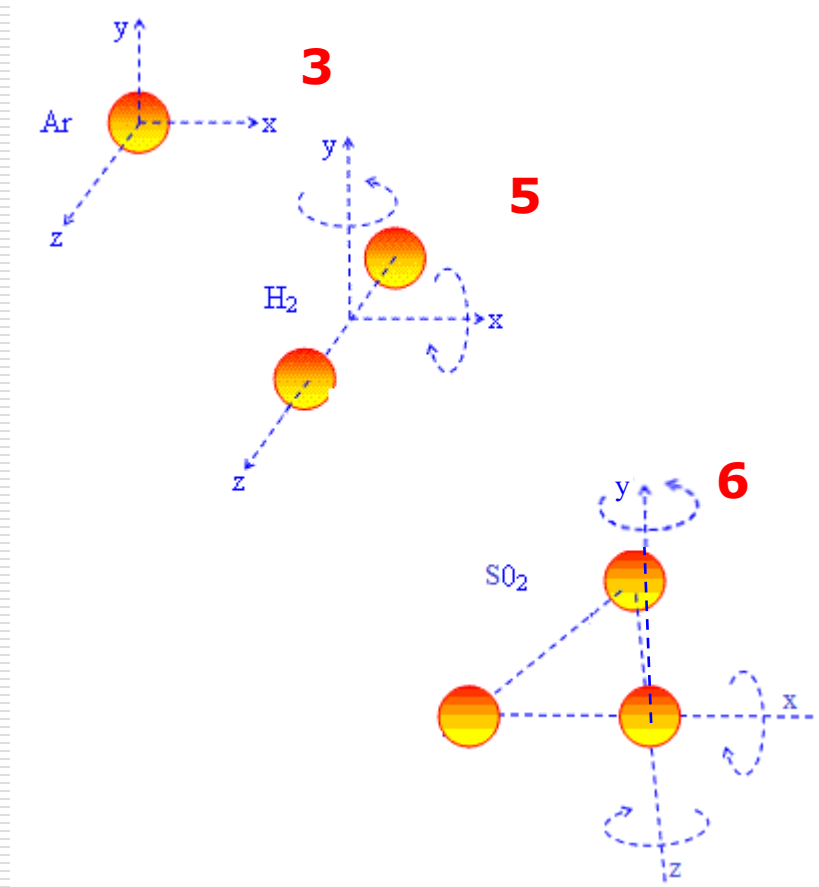
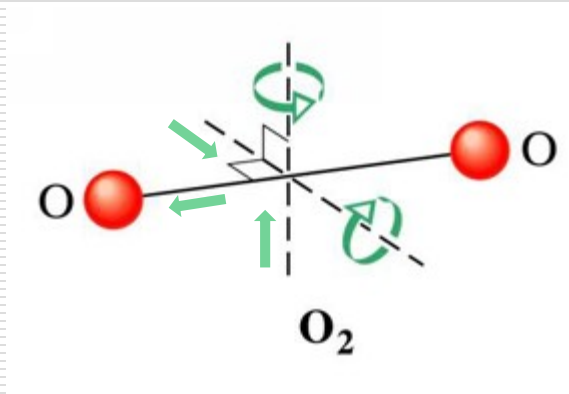
$$\langle E_k \rangle = \frac{5}{2} kT$$

ponieważ:....

## □ Stopnie swobody cząsteczek

Liczba danych koniecznych i wystarczających do określenia położenia ciała w przestrzeni

Dla cząsteczki dwuatomowej



$$\langle E_k \rangle = \frac{m \langle V_x^2 \rangle}{2} + \frac{m \langle V_y^2 \rangle}{2} + \frac{m \langle V_z^2 \rangle}{2} + \frac{I_y \langle \omega_y^2 \rangle}{2} + \frac{I_z \langle \omega_z^2 \rangle}{2}$$

Zgodnie z *zasadą ekwipartycji energii* na każdy stopień swobody przypada ta sama średnia wartość energii kinetycznej

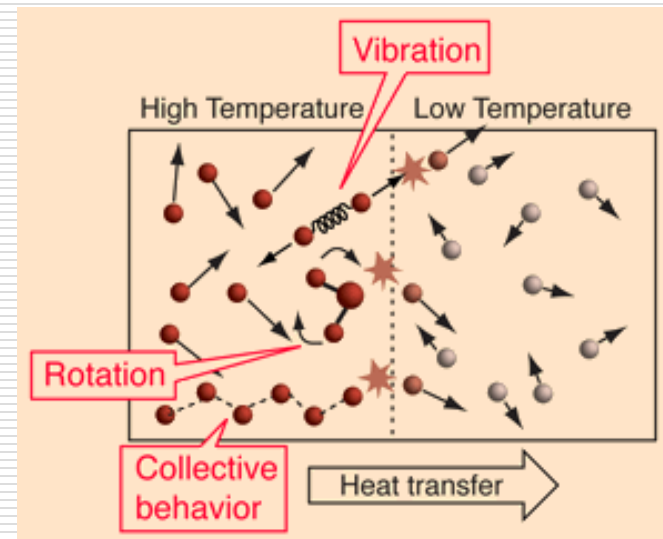
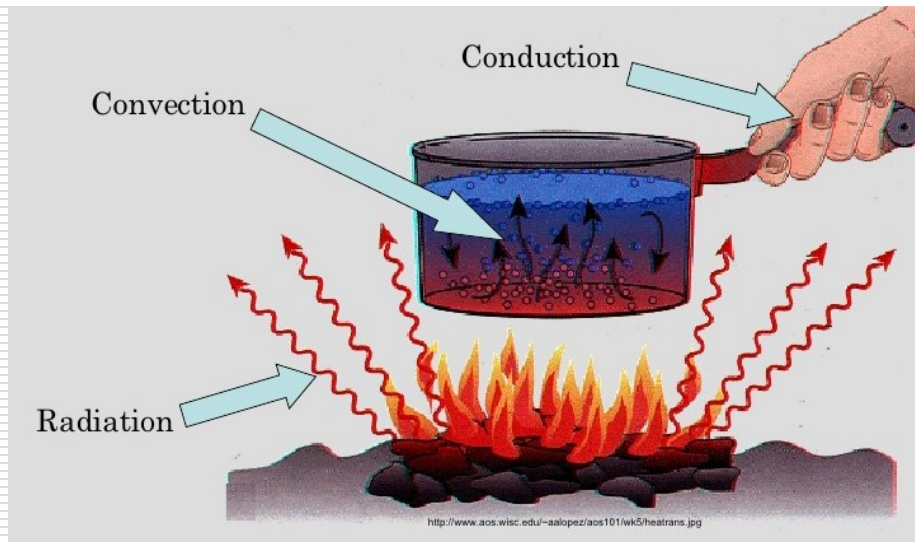
$$\frac{m\langle V_i^2 \rangle}{2} = \frac{I_i\langle \omega_i^2 \rangle}{2} = \frac{1}{2}kT$$

stąd dla cząsteczki dwuatomowej:

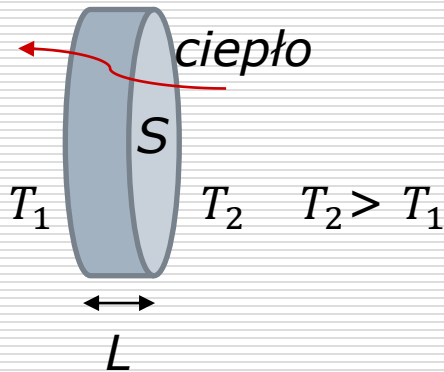
$$\langle E_k \rangle = \frac{5}{2}kT$$

dla cząsteczki jednoatomowej:  $\langle E_k \rangle = \frac{3}{2}kT$

## □ Przepływ ciepła – przekaz energii



# Przewodnictwo ciepłe



Przepływ ciepła w jednostce czasu:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda \cdot S \frac{T_2 - T_1}{L}$$

gdzie  $\lambda$  - przewodność cieplna materiału [ $W/m \cdot s \cdot K$ ]

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda \cdot S \frac{dT}{dx}$$

Materiał	$\lambda$ [ $W/m \cdot s \cdot K$ ]
stal	40
szkło	0,84
styropian	0,036
powietrze	0,025

Minus oznacza przepływ ciepła przeciwnie do gradientu temperatury.

Dla konkretnej przegrody – współczynnik przenikania ciepła:

$$U = \frac{\lambda}{L}$$

Przykładowo, dla ścian zewnętrznych budynków mieszkalnych współczynnik przenikania ciepła nie powinien być większy niż  $0,23 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ , niezależnie od rodzaju ściany.

**Przykład:** Obliczyć szybkość przepływu ciepła przez szybę o grubości 3 mm i wymiarach 2 m x 1,5 m, przy różnicy temperatur  $1^\circ\text{C}$  między jej powierzchniami.

**Odp.: 840 W !!**



O zmianach energii wewnętrznej układu wnioskujemy ze zmian parametrów określających stan termodynamiczny, tzn.  $p$ ,  $V$ ,  $T$ .

Istnieją dwa sposoby wymiany energii między układami – w formie **PRACY** lub **CIEPŁA**.

Mówi o tym *I zasada termodynamiki*:

$$\Delta U = Q + W$$

Energia wewnętrzna układu rośnie gdy dostarczamy ciepła lub wykonujemy nad układem pracę.

Ilość przekazanego ciepła zależy od:

- rodzaju substancji (jej *ciepła właściwego*)
- jej masy
- uzyskanej różnicy temperatur

$$Q = c_w \cdot m \cdot \Delta T$$

Ogrzewamy układ:  $\Delta T = T_k - T_0 > 0 \Rightarrow Q > 0$  - ciepło jest pobierane przez układ

Oziębiamy układ:  $\Delta T = T_k - T_0 < 0 \Rightarrow Q < 0$  - ciepło jest oddawane przez układ

Wynika stąd zasada bilansu cieplnego:  $\Sigma Q = 0$

---

Małe przypomnienie:

- w jednym molu substancji jest  $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$  cząsteczek
- masa gazu  $m = n \cdot \mu$  (gdzie  $\mu$  – masa molowa,  $n$  – ilość moli)
- ciepło właściwe a ciepło molowe:

$$c_w = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} \qquad C = \frac{Q}{n \cdot \Delta T}$$

Skoro dla 1 cząsteczki  $\langle E_k \rangle = \frac{3}{2}kT$

to dla  $n=1$  mola gazu, dostarczona energia jest zużywana np. na ogrzanie gazu bez zmiany jego objętości ( $W = 0$ ):

$$\Delta E = \frac{3}{2}kN_A\Delta T = \frac{3}{2}R \cdot \Delta T = c_v \cdot 1 \cdot \Delta T = Q$$

gdzie  $kN_A = R$  - stała gazowa,

zatem ciepło właściwe przy stałej objętości  $c_v = \frac{3}{2}R$   
(dla gazu jednoatomowego)

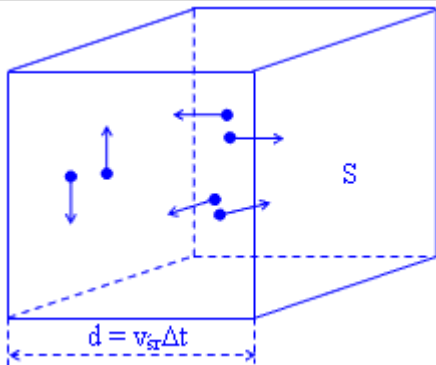
Z kolei ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu  $c_p = c_v + R$

zatem  $c_p = \frac{5}{2}R$

# Równanie stanu gazu doskonałego

Gaz doskonały:

- punkty materialne
- nie oddziałują ze sobą poza ...
- idealnie sprężystymi zderzeniami
- poruszają się prostoliniowo, jednostajnie



Nacisk na jedną ściankę  
wywierany przez  $N$  cząstek:  $\langle F \rangle = \frac{1}{3} \frac{N}{d} \langle mv^2 \rangle$

Ciśnienie na jedną ściankę:

$$p = \frac{\langle F \rangle}{d^2} = \frac{1}{3} \frac{N}{V} \langle mv^2 \rangle = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle$$

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle$$

Skoro  $\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} kT \Rightarrow$   $pV = NkT$  lub  $\frac{pV}{T} = \text{const}$

Przechodząc między dwoma stanami gazu:  $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$

Dla jednego mola gazu w warunkach normalnych:  $\frac{p_0 V_0}{T_0} = R$   $R = 8,31 \frac{J}{\text{mol} \cdot K}$

Dla  $n$  moli gazu w dowolnych warunkach:  $pV = nRT$  równanie Clapeyrona

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

# Przykład

---

Gumowy balonik zawierający pół mola helu umieszczono na głębokości  $h = 1$  m pod powierzchnią wody o gęstości  $\rho = 1000$  kg/m<sup>3</sup>. Temperatura wody i gazu w baloniku wynosi 7°C, a ciśnienie powietrza  $p_0 = 1020$  hPa.

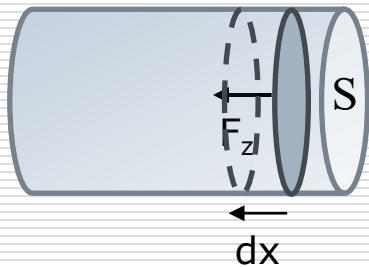
1. Oblicz objętość balonika.

2. Po ogrzaniu wody o 20°C i ustaleniu równowagi termodynamicznej, objętość balonika wzrosła. Dla gazu jednoatomowego jakim jest hel, ciepło molowe przy stałej objętości wynosi  $c_v = \frac{3}{2}R$ . Oblicz ilość ciepła, jaką pobrał hel

podczas rozprężania się balonika.

3. Jeżeli rozszerzający się gaz wykonał pracę 83,1 J, oblicz przyrost energii wewnętrznej gazu w baloniku.

# Praca w termodynamice



$$dW = \vec{F}_z \circ d\vec{x} = p \cdot S \cdot dx = p \cdot dV \quad W = \int dW = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

W tym wypadku objętość się zmniejsza ( $V_2 < V_1$ ) czyli  $dV < 0$  zatem aby być w zgodzie z I zasadą termodynamiki należy przyjąć że praca siły **zewnętrznej** ma być dodatnia:

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

jeżeli **gaz się** rozpręża:  $dV > 0$  to  $W < 0$  !!

$$W = -p\Delta V$$

**Uwaga!** W podręcznikach anglojęzycznych często stosowana jest umowa odwrotna! (wówczas  $\Delta U = Q - W$ )

# Przykład 1:

Określić rodzaj gazu, którego masa 2 kg została sprężona w temperaturze 27° C tak, że ciśnienie wzrosło trzykrotnie, a iloczyn ciśnienia i objętości gazu był stały i wykonano przy tym pracę  $1,37 \cdot 10^3$  kJ.

Rozwiązanie  $W = - \int_{V_1}^{V_2} p dV$   $p_1 V_1 = p_2 V_2$

Z równania Clapeyrona  $p = \frac{nRT}{V} \Rightarrow W = -nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$

$$W = -\frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} \quad V_2 = \frac{p_1 V_1}{P_2} = \frac{V_1}{3} \quad \longrightarrow \quad W = -\frac{m}{\mu} RT \ln \frac{1}{3}$$

$$1,37 \cdot 10^6 = -\frac{2}{\mu} \cdot 8,31 \cdot 300 \ln \frac{1}{3} \quad \mu = 4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}}{\text{J}} \quad \mu = 4 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \rightarrow \text{He}$$



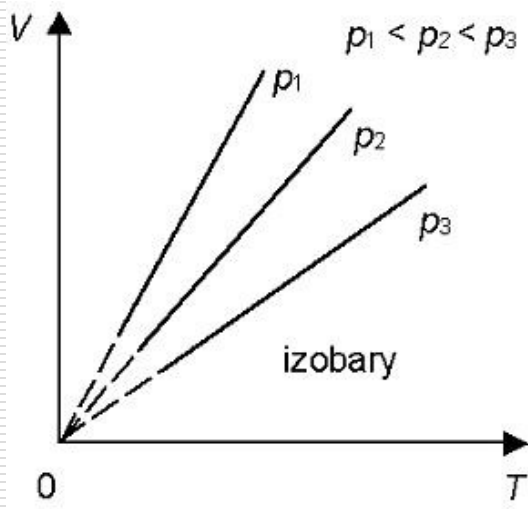
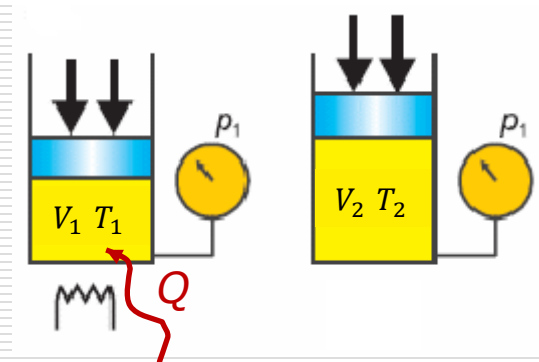
# Przemiany termodynamiczne gazu doskonałego

- Izobaryczna**

Gay-Lusac'a

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$p = const$$
$$\frac{V}{T} = const$$

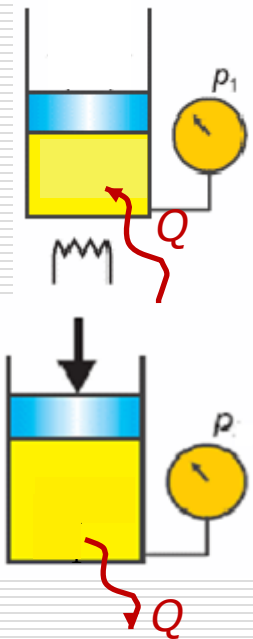


$$V = V_0(1 + \alpha\Delta T)$$

$V_0$  – objętość w  $0^\circ\text{C}$

$$[\alpha] = \frac{1}{\text{deg}}$$

$\alpha$  – współczynnik rozszerzalności objętościowej gazu



*W przemianie 1 → 2*  $Q = \Delta U + W$

*do układu*

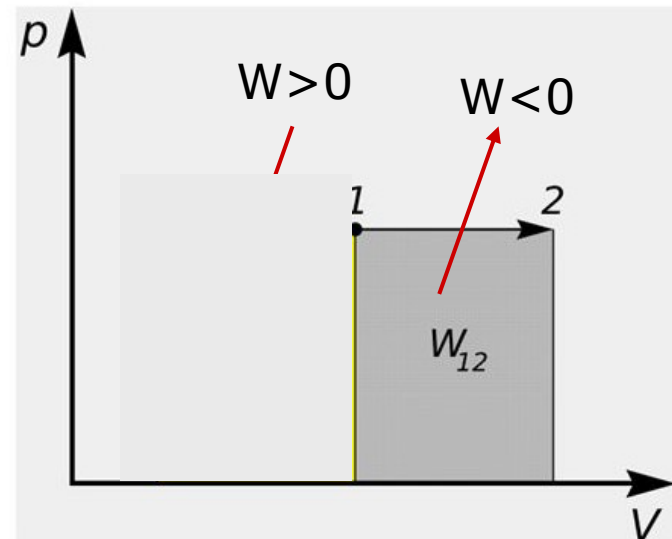
*dostarczone ciepło:*  $Q > 0$

*pracę wykonuje układ:*  $W < 0$

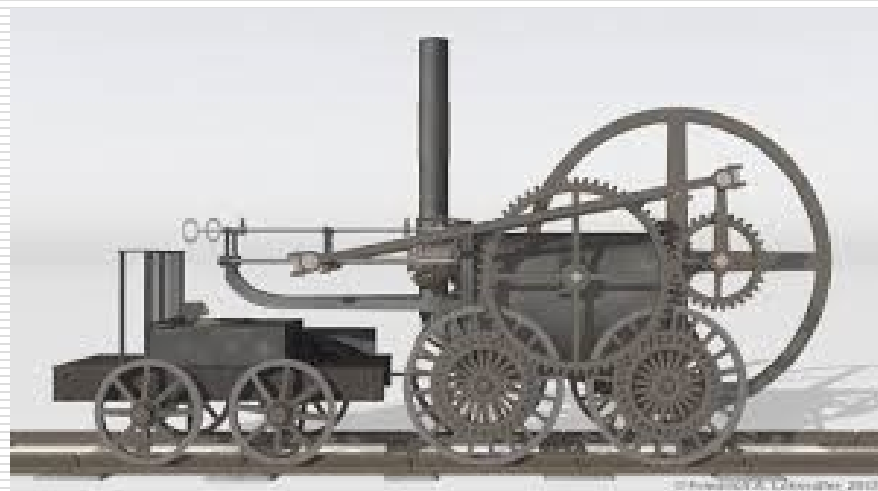
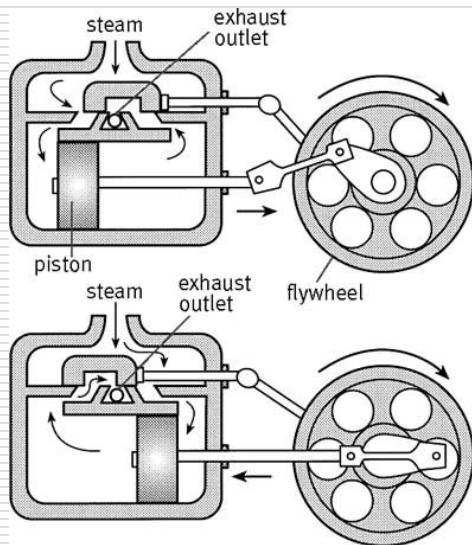
*W przemianie 1 → 3:*  $Q < 0$

$W > 0$

$W = \Delta U + Q$



1 - 2 izobaryczne rozprężanie  $W = -p\Delta V$   
 $W = p\Delta V$



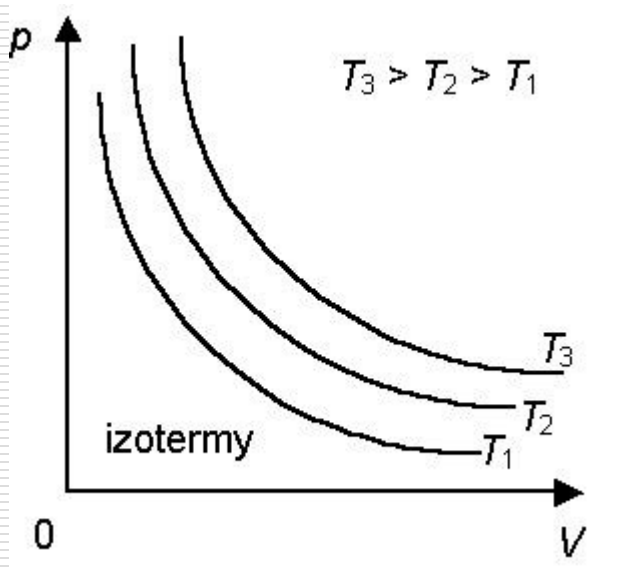
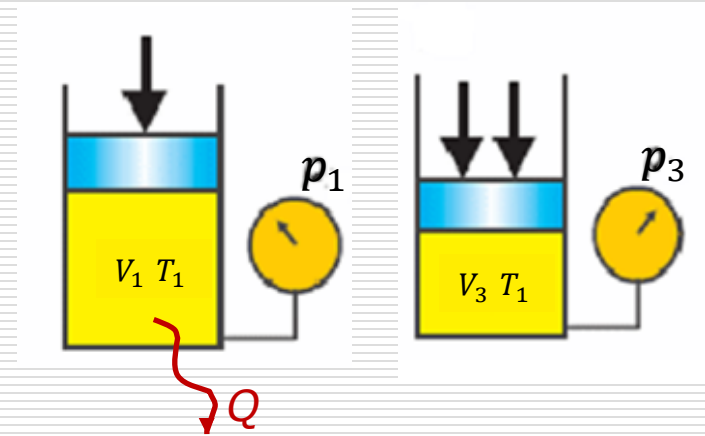
# Izotermiczna

Boyl'a-Mariotte'a

$$T = \text{const}$$

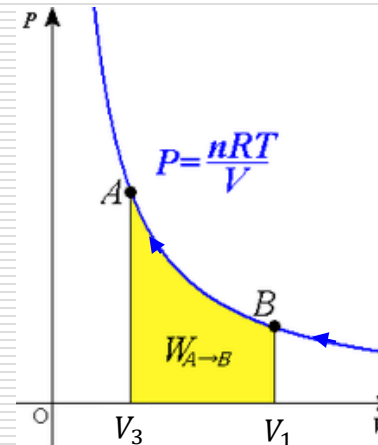
$$pV = \text{const}$$

$$p_1 V_1 = p_3 V_3$$



Układ oddaje ciepło:  $Q < 0$

Pracę wykonuje siła zewnętrzna:  $W > 0$



$$W = -RT \cdot \ln \frac{V_3}{V_1}$$

$$T = \text{const} \Rightarrow \Delta U = 0$$

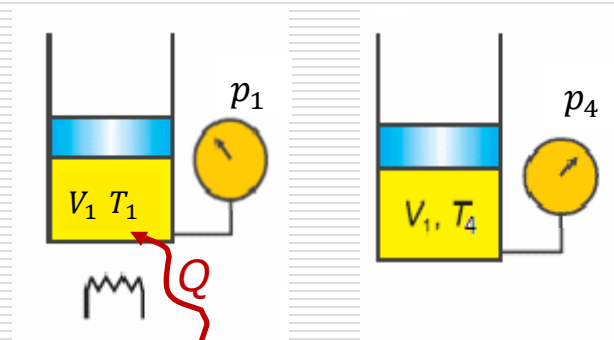
- **Izochoryczna**

Charles'a

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_4}{T_4}$$

$$V = \text{const}$$

$$\frac{p}{T} = \text{const}$$



*Do układu dostarczonego ciepło:*

$$Q > 0$$

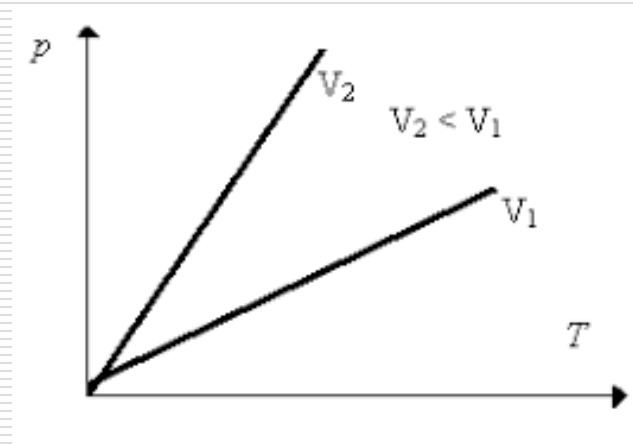
*Układ nie wykonuje pracy:*

$$W = 0$$

$$\Delta U = Q$$

$$p = p_0(1 + \beta \Delta T)$$

$\beta$  – współczynnik termicznej rozprężliwości gazu



- **Adiabatyczna**

$$Q = 0$$

$$pV^\kappa = \text{const} \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

$$\frac{T_5}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_5} \right)^{\kappa-1}$$

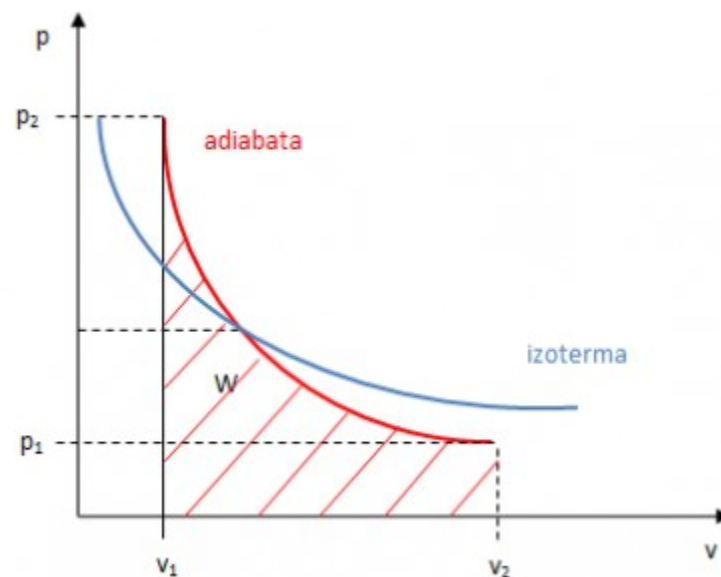
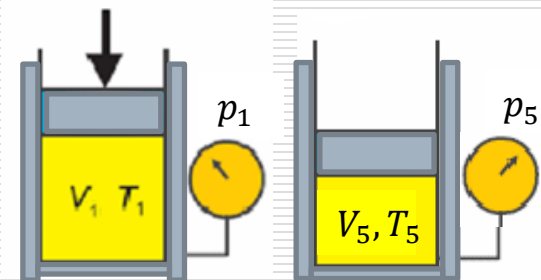
*Układ izolowany:*

$$Q = 0$$

*Praca siły zewnętrznej:*

$$W > 0$$

$$\Delta U = W$$



# Przykład 2:

---

Rurka szklana zatopiona na jednym końcu zawiera słupek rtęci o długości  $L = 25$  cm. Gdy rurkę trzymamy pionowo, otwartym końcem do dołu, to długość słupka powietrza zamkniętego w rurce wynosi  $h = 30$  cm. Po odwróceniu rurki o  $180^\circ$  – otworem do góry, długość słupka powietrza maleje dwukrotnie, a jego temperatura nie ulega zmianie. Gęstość rtęci wynosi  $\rho_r = 13600 \text{ kg/m}^3$ . Oblicz:

1. Wartość ciśnienia powietrza otaczającego rurkę.
2. Długość słupka powietrza w zamkniętej części rurki, gdy ustawimy ją poziomo.

$$p_0 = 1020 \text{ hPa}$$
$$h_x = \frac{2}{3}h = 0,2 \text{ m}$$

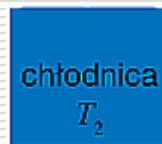
# Cykl Carnot'a

---

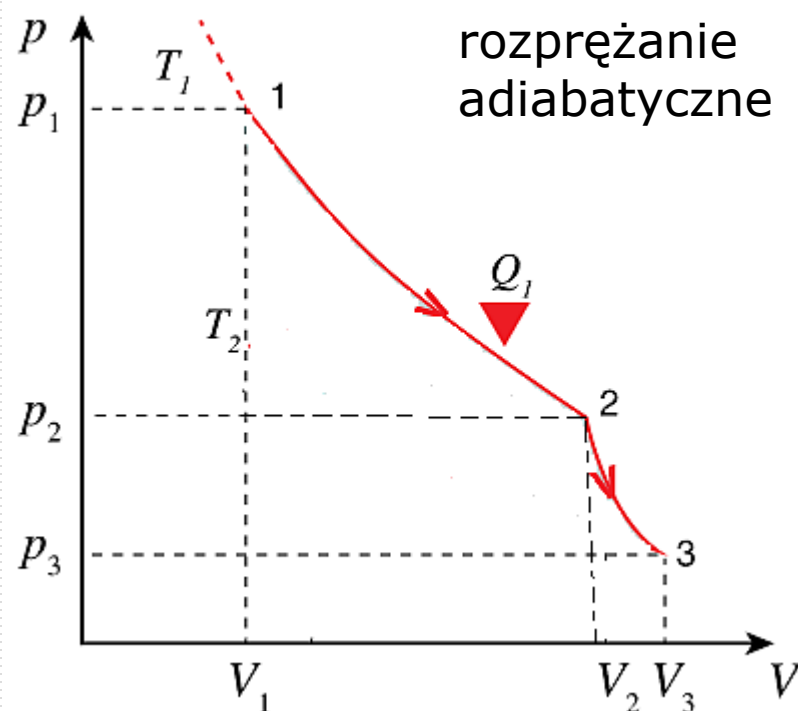
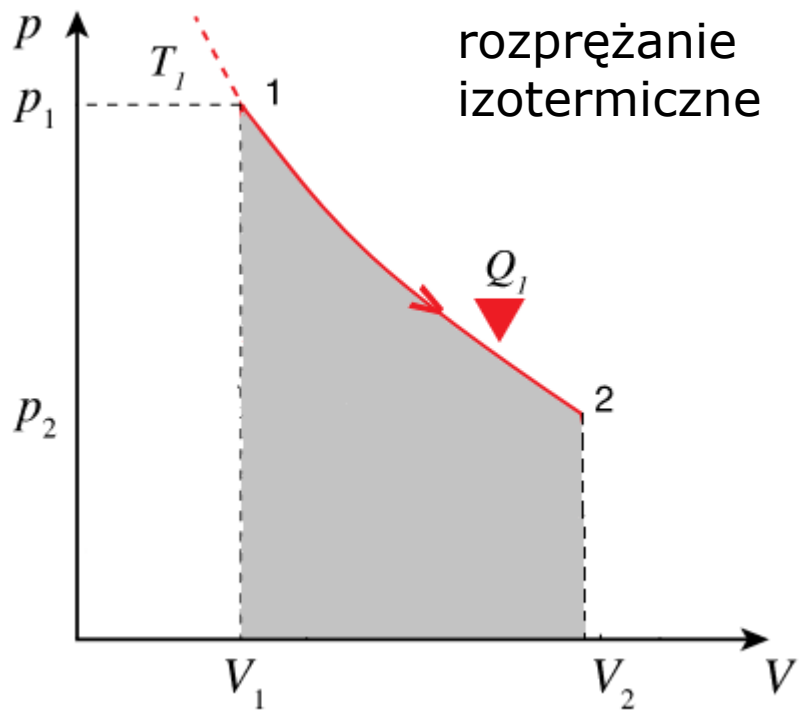
Izolowane ścianki  
i tłok



Zasada pracy silników cieplnych:  
Substancja robocza dokonuje szeregu przemian termodynamicznych (cykli mniej lub bardziej zamkniętych), pobierając ciepło i w ich wyniku wykonuje pracę.



Nieskończona pojemność cieplna źródła i chłodnicy



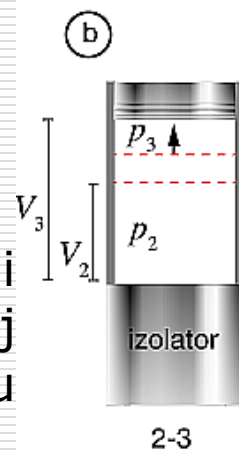
$$\Delta U = 0$$

$$Q = W_1$$

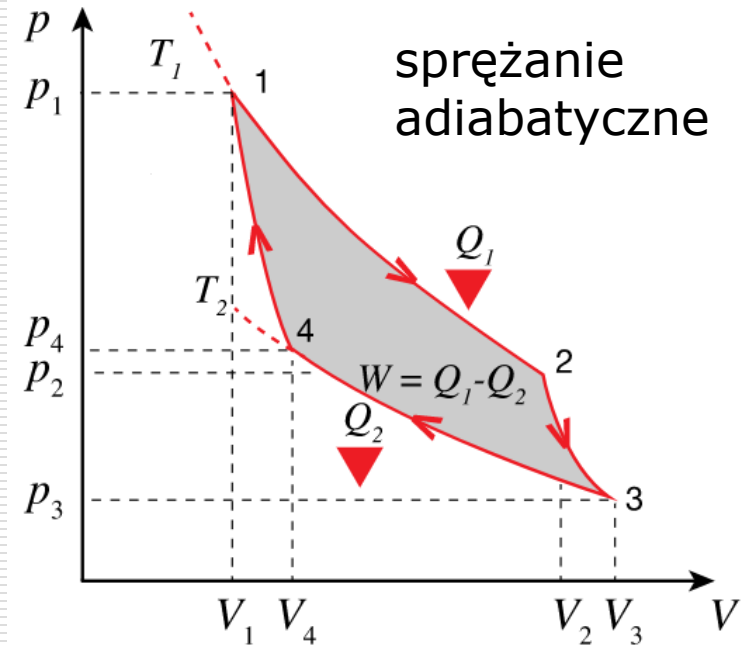
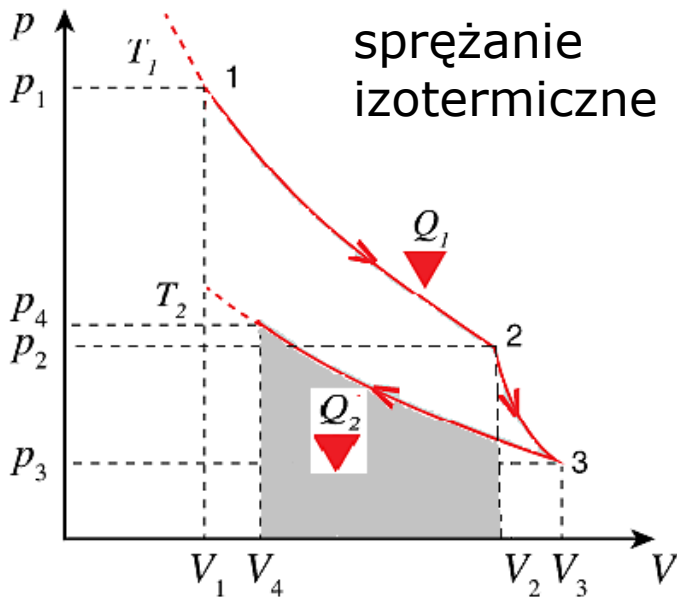


$$W_a = \Delta U$$

kosztem energii wewnętrznej gazu

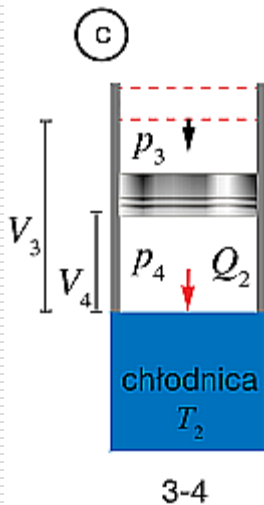






$$\Delta U = 0$$

$$Q_2 = W_2$$

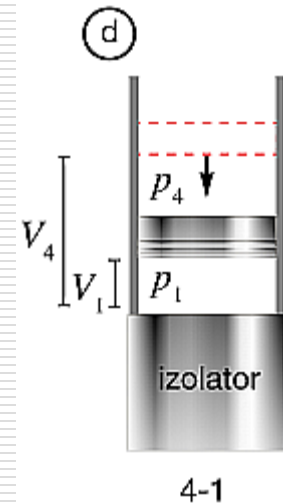


$$W_a = \Delta U$$

nad gazem wykonywana jest praca

praca wykonana w cyklu – kosztem pobranego ciepła

$$W = Q_1 - Q_2$$



Sprawność cyklu:

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Sprawność cyklu Carnota zawsze jest mniejsza od 1, bowiem temperatura  $T_2$  chłodnicy ma wartość większą od zera, gdyż temperatura zera bezwzględnego jest nieosiągalna.

Im większa sprawność – tym mniejsze straty!

### Przykłady:

Sprawność cyklu Carnota o temperaturze zbiornika ciepła 2700 K, i otaczającego powietrza około 300 K wynosi: **0,89**.

Sprawność silnika parowego (kocioł o temperaturze 373 K) to jedynie **0,21** !

Sprawność silnika spalinowego (temp. Spalania mieszanki 2700 K, chłodnicy 300K) wynosi **0,56**.

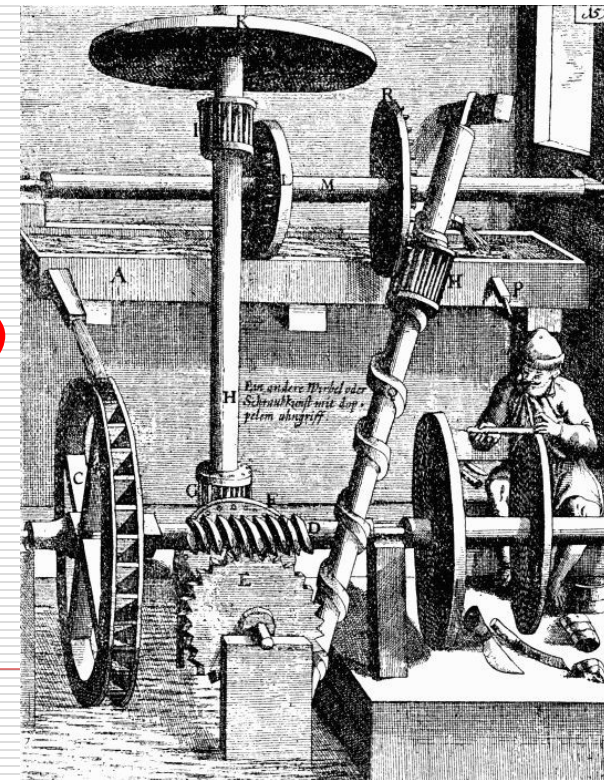
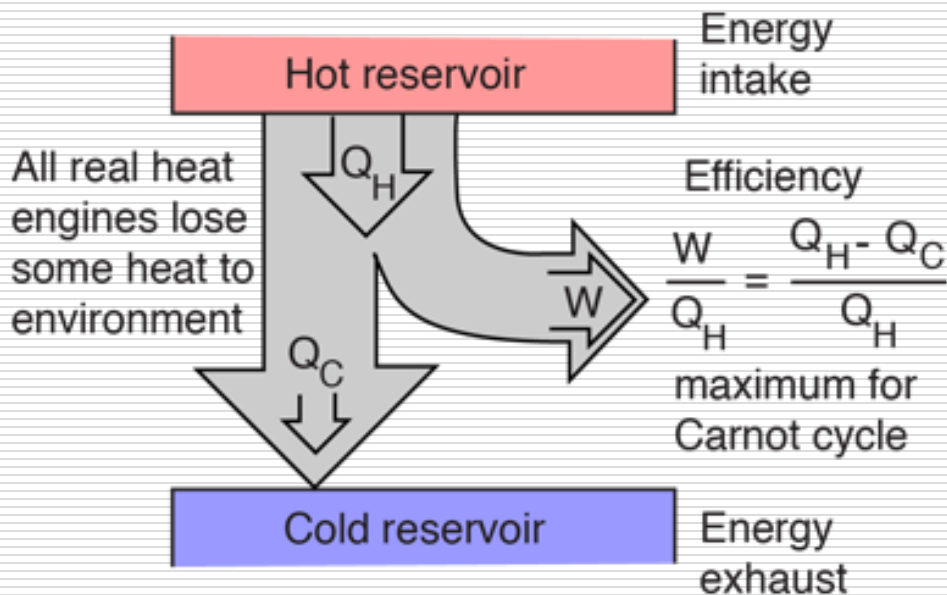
# II zasada termodynamiki

*Sformułowanie Kelwina:*

Nie istnieje proces termodynamiczny, którego jedynym wynikiem jest pobranie ciepła z danego zbiornika i całkowita zamiana tego ciepła na pracę.

*Sformułowanie -twierdzenie Clausiusa:*

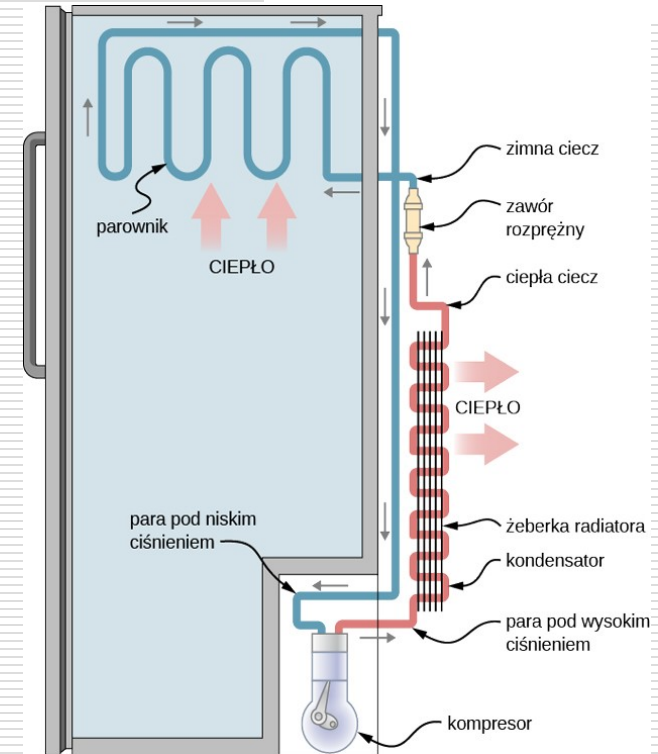
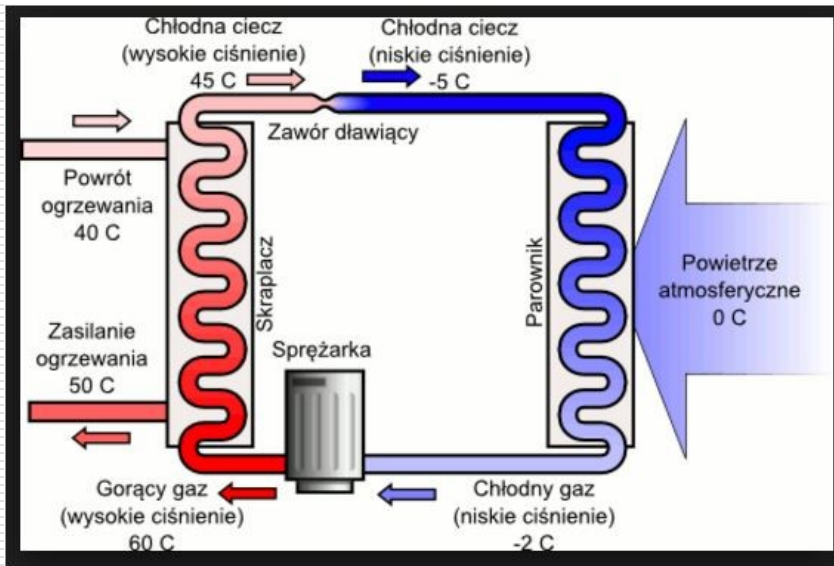
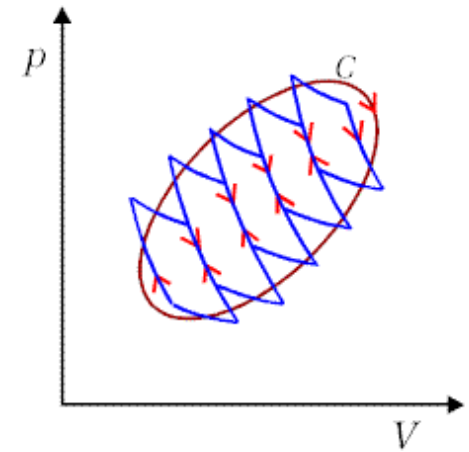
Nie istnieje proces termodynamiczny, którego jedynym wynikiem jest pobranie ciepła od ciała o niższej temperaturze i przekazanie go do ciała o wyższej temperaturze.

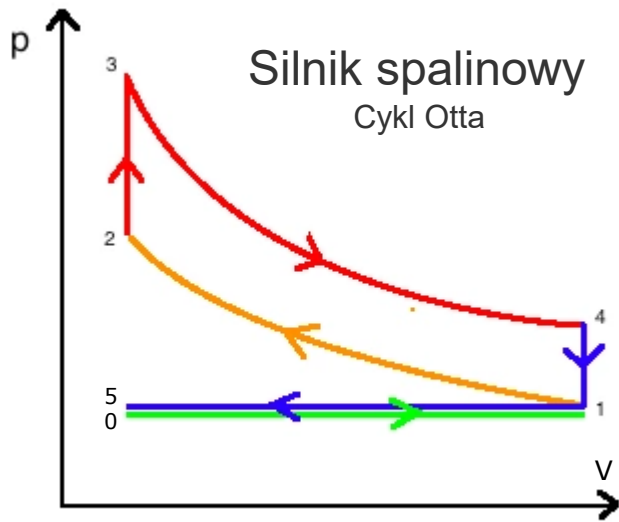


Każdy proces odwracalny można przybliżyć złożeniem cykli Carnota.

**Pompa ciepła:** ciepło jest przekazywane od ciała o temperaturze niższej do ciała o temperaturze wyższej - w kierunku przeciwnym do samorzutnego przepływu ciepła.

Procesowi przekazywania ciepła w tym kierunku musi towarzyszyć praca czynnika zewnętrznego (np. sprężarka w lodówce).

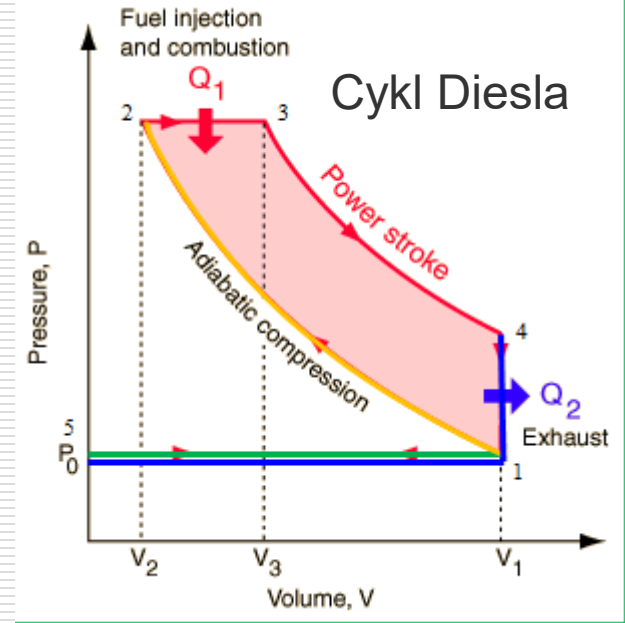




Silnik spalinowy  
Cykl Otta

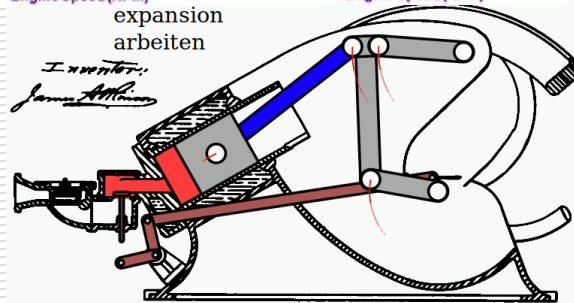
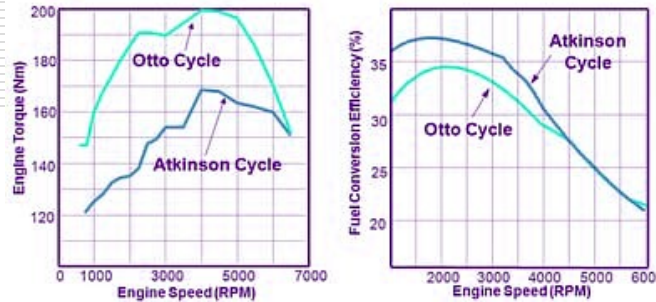
- 0-1 suw ssania
- 1-2 sprężanie (adiabat.)
- 2-3 zapłon
- 3-4 suw pracy
- 4-1-5 wydech

Cykl Otta



Cykl Diesla

Comparison of Otto and Atkinson Cycles



expansion  
arbeiten

*Inventor:  
James Atkinson*

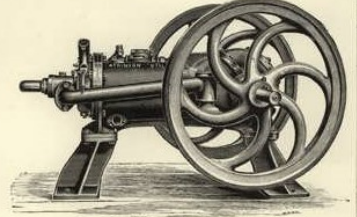
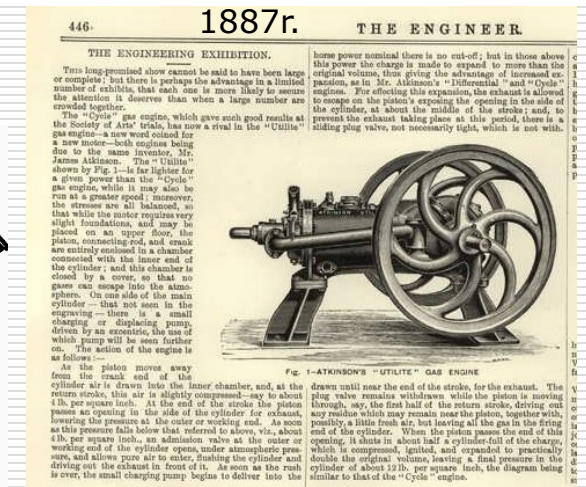
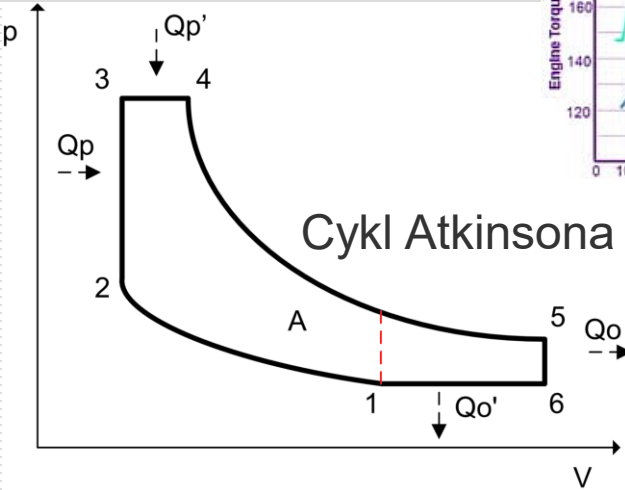


FIG. 1-ATKINSON'S "UTILITE" GAS ENGINE



Cykl Atkinsona



# Entropia

---

**Entropia** (ozn.  $S$ ) jest miarą stopnia nieuporządkowania układu i rozproszenia energii.

Jest to termodynamiczna funkcja stanu, określająca kierunek przebiegu samorzutnych procesów, w odosobnionym układzie termodynamicznym.

Druga zasada termodynamiki mówi, że w układzie zamkniętym entropia  $S$  nie może maleć to znaczy  $dS \geq 0$ .

Zależy ona tylko od początkowego i końcowego stanu układu, a nie od drogi przejścia pomiędzy tymi stanami.

Entropia jest funkcją określoną dla stanu równowagi, taką że dla procesu odwracalnego:

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad dQ - \text{ciepło dostarczane w procesie odwracalnym}$$

Entropia układu izolowanego adiabatycznie, w którym zachodzą procesy odwracalne, jest stała.

Natomiast dla układów nieizolowanych adiabatycznie - wymieniających ciepło z otoczeniem - entropia układu rośnie.

$$ds. + dS_o \geq 0 \quad \text{gdzie } dS_o \text{ jest zmianą entropii otoczenia.}$$

---

## Przykład 3:

Oblicz zmianę entropii w  $n$  molach gazu doskonałego podczas odwracalnego izotermicznego rozprężania gazu od objętości  $V_1$  do objętości  $V_2$ .

Rozwiązanie:

$$dU = dQ + dW = 0 \quad dQ = -dW \quad dW = -pdV$$

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{pdV}{T} \quad pV = nRT \Rightarrow p = \frac{nRT}{V}$$

$$dS = \frac{nRdV}{V} \quad S = nR \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nR \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad V_2 > V_1 \Rightarrow S > 0 \text{ (rośnie!)}$$