

1. Prom kursuje pomiędzy przystaniami leżącymi naprzeciwko siebie po obu stronach rzeki o szerokości 40 m, która płynie z prędkością 3 m/s. Ile trwa przeprawa przez rzekę jeżeli na stojącej wodzie prędkość promu wynosi 5 m/s ?
2. Dwa samochody poruszają się po dwóch prostopadłych, prostoliniowych drogach w kierunku ich przecięcia ze stałymi szybkościami $V_1 = 15$ m/s i $V_2 = 10$ m/s. W chwili początkowej pierwszy samochód znajdował się w odległości 100 m od skrzyżowania dróg, a drugi w odległości 50 m od skrzyżowania. Podaj wektor położenia pierwszego samochodu względem drugiego i oblicz, po jakim czasie odległość między samochodami będzie najmniejsza.
3. Dane są wektory $\mathbf{A} = [1, 2, 0]$, $\mathbf{B} = [-2, 3, 1]$. Obliczyć ich sumę $\mathbf{S} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$, różnicę $\mathbf{R} = \mathbf{A} - \mathbf{B}$, iloczyny skalarne $c = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ i $d = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ oraz wektorowe $\mathbf{W} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$ i $\mathbf{V} = \mathbf{B} \times \mathbf{A}$. Obliczyć kąt między wektorami.
4. Dane są wektory $\mathbf{A} = (3, y, z)$; $\mathbf{B} = (1, 3, -2)$ oraz $\mathbf{C} = (2, -4, 1)$.
 - a. Obliczyć y i z tak, by wektor \mathbf{A} był prostopadły do wektorów \mathbf{B} oraz \mathbf{C} .
 - b. Obliczyć jaki kąt tworzą wektory \mathbf{B} i \mathbf{C} ?
5. Stałe siły $\mathbf{F}_1 = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ oraz $\mathbf{F}_2 = 4\mathbf{i} - 5\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ (gdzie \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} są wersorami układu) działają równocześnie na cząstkę przesuwając ją z punktu A (20, 15, 0) do B (0, 0, 7).
 - a) Obliczyć pracę wykonaną przy przesunięciu cząstki,
 - b) Zakładając działanie tych samych sił, obliczyć pracę przy przesunięciu od punktu B do A.
6. Siła $\mathbf{F} = 2\mathbf{x} - z$ zaczepiona do pewnego ciała w punkcie P (4, 2, 1) powoduje jego obrót wokół punktu R (1, -1, 1).
 - a. Oblicz wektor ramienia działającej siły.
 - b. Oblicz jaki kąt tworzy wektor siły z ramieniem siły.
 - c. Oblicz wartość momentu siły działającej na ciało.
7. Cząsteczka o ładunku $Q = 2C$ porusza się w próżni torem opisanym równaniem $\mathbf{R}(t) = 2t\mathbf{i} + 3t\mathbf{j} - 3t\mathbf{k}$ i wpada w obszar jednorodnego pola magnetycznego $\mathbf{B} = 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$. Oblicz działającą tu siłę Lorentza. Oblicz pracę wykonaną przez tą siłę na bardzo małym odcinku drogi.
8. Aluminiowe ramię robota – o pomijalnej masie, przenosi mały, ale ciężki element montażowy o masie $m = 20$ kg po trajektorii $\mathbf{r}(t) = \mathbf{i} t \cdot \sin(\omega t) + \mathbf{j} t \cdot \cos(\omega t) + \mathbf{k} \cdot t/2$, gdzie $\omega = 0,01$ s⁻¹. Wyznaczyć przybliżoną wartość momentu siły w chwili $t = 10$ s.
9. Wektor położenia ciała o masie 1 kg dany jest równaniem $\mathbf{r}(t) = 3/2t^2\mathbf{i} - 1/2t\mathbf{j} + t^2\mathbf{k}$.
 - a) Obliczyć wektor przesunięcia ciała w dwóch pierwszych sekundach ruchu.
 - b) Oblicz pracę wykonaną w ciągu drugiej sekundy ruchu, przez siłę poruszającą ciało.
 - c) Jaki wówczas kąt tworzy wektor prędkości z osią OX ?
 - d) Obliczyć moment siły względem środka układu, działający na punkt materialny po drugiej sekundzie ruchu.
10. Na ciało działa siła $\mathbf{F} = 2(x^2 - y)\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$. Oblicz pracę wykonaną przez tę siłę na odcinku od punktu (0, 0) do punktu (0, 3), oraz na drugim odcinku: od punktu (0, 3) do punktu (4, 0).