

1. Prom rozwijający na stojącej wodzie szybkość 2 m/s kursuje pomiędzy przystaniami leżącymi naprzeciwko siebie po obu stronach rzeki o szerokości 30 m. Oblicz szybkość prądu rzeki, jeżeli przeprawa przez rzekę trwa 1,5 min. ?
2. Łódź napędzana silnikiem porusza się na stojącej wodzie z prędkością 4 m/s. Jaka jest prędkość łodzi gdy przepływa ona przez rzekę, której prąd ma prędkość 3 m/s, sterując cały czas prostopadle do kierunku prądu? Jaka może być maksymalna prędkość łodzi płynącej po tej rzece ?
3. Dane są wektory $\mathbf{A}=[1,2,3]$, $\mathbf{B}=[-2,-1,3]$. Obliczyć ich sumę $\mathbf{S}=\mathbf{A}+\mathbf{B}$, różnicę $\mathbf{R}=\mathbf{A}-\mathbf{B}$, iloczyny skalarne $c=\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ i $d=\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$ oraz wektorowe $\mathbf{W}=\mathbf{A}\times\mathbf{B}$ i $\mathbf{V}=\mathbf{B}\times\mathbf{A}$. Obliczyć kąt między wektorami.
4. Dane są wektory $\mathbf{A} = (x, y, 2)$; $\mathbf{B} = (-2, 1, 1)$ oraz $\mathbf{C} = (2, 2, -1)$.
 - a. Obliczyć y i z tak, by wektor $\mathbf{A}$ był prostopadły do wektorów $\mathbf{B}$ oraz $\mathbf{C}$.
 - b. Obliczyć jaki kąt tworzą wektory $\mathbf{B}$ i $\mathbf{C}$?
5. Stałe siły $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ oraz $\mathbf{F}_2 = 4\mathbf{i} - 5\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ (gdzie $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ są wersorami układu) działają równocześnie na cząstkę przesuując ją z punktu A (20, 15, 0) do B (0, 0, 7).
 - a) Obliczyć pracę wykonaną przy przesunięciu cząstki,
 - b) Zakładając działanie tych samych sił, obliczyć pracę przy przesunięciu od punktu B do A.
6. Punkt materialny porusza się po trajektorii: $\mathbf{r} = v_0 t + \mathbf{j}d + \mathbf{k}(h - 0.5gt^2)$, gdzie $v_0=2$ [m/s], $d=-1$ [m], $g=10\text{m/s}^2$, $h=15$ [m].
 - a. Obliczyć wektory jego prędkości i przyspieszenia.
 - b. Dla trzech pierwszych sekund ruchu naszkicować rzuty trajektorii na płaszczyzny X-Y, X-Z oraz Z-Y, jeśli $v_0=2$ [m/s], $d=-1$ [m], $g=10\text{m/s}^2$, $h=15$ [m].
 - c. Dla tych samych parametrów obliczyć wektor prędkości i jego wartość w 2giej sekundzie ruchu.
7. Siła $\mathbf{F} = \mathbf{x} - 3\mathbf{z}$ zaczepiona do pewnego ciała w punkcie P (2,3,1) powoduje jego obrót wokół punktu R (1, -1, 1).
 - a. Oblicz wektor ramienia działającej siły.
 - b. Oblicz jaki kąt tworzy wektor siły z ramieniem siły.
 - c. Oblicz wartość momentu siły działającej na ciało.
8. Cząsteczka o ładunku $Q = 2C$ porusza się w próżni torem opisanym równaniem $\mathbf{R}(t) = 3t\mathbf{i} - 2t\mathbf{j} - \mathbf{k}$ i wpada w obszar jednorodnego pola magnetycznego $\mathbf{B} = 3\mathbf{i} - \mathbf{k}$. Oblicz działającą tu siłę Lorentza. Oblicz pracę wykonaną przez tą siłę na bardzo małym odcinku drogi.
9. Aluminiowe ramię robota – o pomijalnej masie, przenosi mały, ale ciężki element montażowy o masie $m = 20$ kg po trajektorii $\mathbf{r}(t) = \mathbf{i} t \cdot \sin(\omega t) + \mathbf{j} t \cdot \cos(\omega t) + \mathbf{k} \cdot t/2$, gdzie $\omega = 0,01 \text{ s}^{-1}$. Wyznacz przybliżoną wartość momentu siły w chwili $t = 10$ s.
10. Wektor położenia ciała o masie $m = 2$ kg dany jest jako $\mathbf{R}(t) = 5\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + 2t^2\mathbf{k}$. Oblicz pracę wykonaną przez siłę poruszającą to ciało: a) w ciągu trzech pierwszych sekund jego ruchu, b) w ciągu trzeciej sekundy jego ruchu.
11. Na ciało działa siła $\mathbf{F} = 2(x^2 - y)\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$. Oblicz pracę wykonaną przez tę siłę na odcinku od punktu (0, 0) do punktu (3, 0), na drugim odcinku: od punktu (3, 0) do punktu (4, 0) i z powrotem do punktu (0, 0).