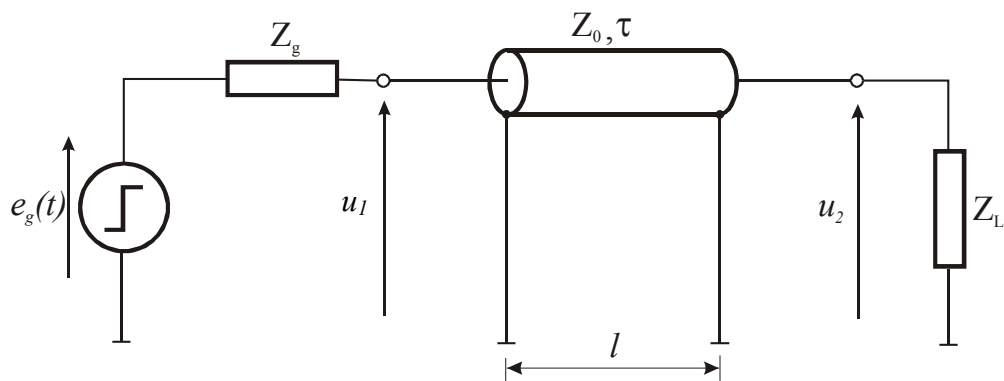


# LINIA DŁUGA



**Konspekt do ćwiczeń laboratoryjnych  
z przedmiotu „TECHNIKA CYFROWA”**

## SPIS TREŚCI

1. Definicja linii długiej .....	3
2. Schemat zastępczy linii długiej przedstawiony za pomocą elementów o stałych skupionych .....	4
3. Linia długa bezstratna .....	5
4. Własności linii długiej .....	5
5. Rodzaje linii długiej .....	7
6. Realizacja czwórnika $\Gamma$ dopasowującego generator do linii długiej.....	9
7. Graficzna metoda analizy stanów nieustalonych (metoda Bergerona).....	9
8. Przykładowe zadania .....	15
10. Literatura.....	22

## 1. Definicja linii długiej

Jest to taka elektryczna linia dwuprzewodowa, której wymiar jest porównywalny z długością fali napięcia przesyłanego sygnału. Taka sytuacja ma miejsce przy przesyłaniu sygnałów o wielkich częstotliwościach lub impulsów prostokątnych o bardzo stromych zboczach. Wszelkie prądy i napięcia w linii długiej należy rozpatrywać nie tylko jako funkcje czasu, ale również położenia.

Linie przewodową można traktować jako linię długą, gdy dla sygnałów występujących w linii spełniony jest warunek:

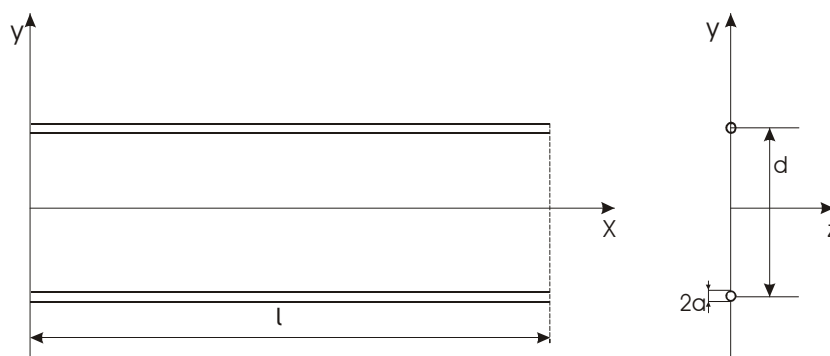
$$l \geq \frac{\lambda}{4}, \quad (1)$$

przy założeniu, że  $d \ll \frac{\lambda}{4}$ , gdzie:

$d$  – odległość między przewodami

$l$  – długość linii,

$\lambda$  – długość fali określona zależnością:  $\lambda = \frac{c}{f}$  (1a)



Rys.1 Dwuprzewodowa symetryczna linia przesyłowa.

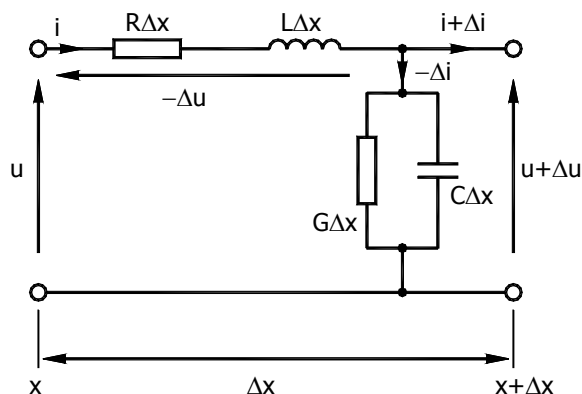
Minimalne długości przewodów, które można traktować już jako linie długą, wyliczone na podstawie zależności (1) korzystając z (1a), wynoszą:

- 50 Hz (częstotliwość sieci energetycznej) – 954 km
- 225 kHz (I PR) – 212 m
- 96 MHz (RMF FM w Krakowie) – 49,7 cm
- 1 GHz (częstotliwość pracy współczesnych procesorów) – 4,77 cm.

W przypadku przesyłania sygnałów cyfrowych bardziej istotnym parametrem jest czas narastania zbocza impulsu niż częstotliwość sygnału (zbocza impulsu zawierają harmoniczne o bardzo dużych częstotliwościach). Jeżeli założyć, że czas propagacji sygnału przez przewód wynosi  $t_p$ , to linię długą nazywamy takie połączenie pomiędzy układami, w którym czas propagacji sygnału jest większy niż połowa średniego czasu trwania zbocza przesyłanego sygnału  $t_T$ , czyli  $t_p > 0.5t_T$ . W przypadku szybkich układów cyfrowych, dla których czas trwania zbocza jest mniejszy niż 1 ns, linię długą jest ścieżka obwodu drukowanego o długości ok. 9 cm oraz przewód koncentryczny o długości ok. 7 cm.

## 2. Schemat zastępczy linii długiej przedstawiony za pomocą elementów o stałych skupionych

Przyjmując, że dostatecznie mały odcinek linii o długości  $\Delta x$  spełnia warunek quasi-stacjonarności, można go przedstawić w postaci układu skupionego.



Rys.2 Model odcinka linii długiej w postaci czwórnik skupionego.

W czwórniku tym występują elementy skupione  $R\Delta x$ ,  $L\Delta x$ ,  $C\Delta x$ ,  $G\Delta x$ , gdzie  $R$ ,  $L$ ,  $C$ ,  $G$  są wartościami parametrów jednostkowych w punkcie  $x$  linii:

- $R$  – rezystancja na jednostkę długości linii [ $\Omega/m$ ] – reprezentująca wszelkie straty ciepłne w obu przewodach linii
- $L$  – indukcyjność na jednostkę długości linii [ $H/m$ ] – reprezentująca pole magnetyczne obu przewodów linii
- $C$  – pojemność na jednostkę długości linii [ $F/m$ ] – reprezentująca pole elektryczne w dielektryku między przewodami linii
- $G$  – upływność na jednostkę długości linii  $G$  [ $S/m$ ] – reprezentująca ewentualne straty ciepłne w dielektryku.

Oznaczając przez  $u=u(x,t)$ ,  $i=i(x,t)$  napięcie i prąd na zaciskach powyższego czwórnik można zapisać następujące równania wynikające z praw Kirchhoffa:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial u}{\partial x} \Delta x &= R\Delta x i + L\Delta x \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} \Delta x &= G\Delta x(u + \Delta u) + C\Delta x \frac{\partial(u + \Delta u)}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Przy  $\Delta x \rightarrow 0$  mamy także  $\Delta u \rightarrow 0$  i  $\Delta i \rightarrow 0$ . Dzieląc zatem równania (2) przez  $\Delta x$  i przechodząc do granicy przy  $\Delta x \rightarrow 0$  otrzymujemy równania jakie spełniają napięcie oraz prąd w każdym punkcie  $x$  linii i w każdej chwili  $t$ .

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial u}{\partial x} &= Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} &= Gu + C \frac{\partial u}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Należy zauważyć więc, że linie długą można rozpatrywać jako przypadek graniczny połączenia łańcuchowego czwórników skupionych, stanowiących modele dostatecznie krótkich odcinków linii, gdy długość tych odcinków zmierza do zera, a ich liczba rośnie nieograniczenie.

Rugując kolejno u lub i otrzymujemy równania dla każdej z tych niewiadomych oddzielnie. Różniczkując pierwsze równanie z zależności (3) po x a drugie po t dostajemy:

$$LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (RC + LG) \frac{\partial u}{\partial t} + RGu - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (3.1)$$

$$LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + (RC + LG) \frac{\partial i}{\partial t} + RGi - \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = 0 \quad (3.2)$$

### 3. Linia długa bezstratna

Bezstratna linia długa to taki przypadek linii długiej, dla której  $R=0$  i  $G=0$ . Przy założeniu jednorodności linii, redukując (3.1) i (3.2) otrzymujemy równania:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (5)$$

W linii długiej bezstratnej (BLD) w kierunku osi x rozchodzi się płaska fala elektromagnetyczna z prędkością określoną wzorem (5).

## 4. Własności linii długiej

### 5.1. Impedancja falowa

Impedancja falowa  $Z_C$  linii stratnej:

$$\sqrt{\frac{\underline{Z}}{\underline{Y}}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \underline{Z}_C = \underline{Z}_C' \cdot e^{j\theta} \quad (6)$$

W przypadku linii bezstratnej powyższy wzór upraszcza się do:

$$Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (7)$$

Jak widać impedancja falowa nie zależy od długości linii lecz od jej budowy, tzn. wymiarów oraz materiałów przez który przenika pole elektromagnetyczne sygnału. Jeżeli impedancja obciążenia linii długiej  $Z_{obc} = Z_C$  to linia długa jest dopasowana falowo. W takiej linii nie występują odbicia energii, a iloraz napięcia do prądu w każdym punkcie linii jest równy impedancji falowej. Najczęściej spotykane przewody koncentryczne mają impedancję falową równą  $50\Omega$  lub  $75\Omega$ . Impedancja falowa typowych linii przesyłowych w obwodach drukowanych wynosi  $100\Omega$ .

### 5.2. Prędkość rozchodzenia się fali

Dla linii bezstratnej  $R=0$ ,  $G=0$  możemy napisać wzór na prędkość rozchodzącej się fali w postaci:

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}, \quad (8)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 - \text{przenikalność elektryczna ośrodka,} \\ \mu &= \mu_r \cdot \mu_0 - \text{przenikalność magnetyczna ośrodka.} \end{aligned}$$

### Czas propagacji

Czas propagacji  $\tau$  to czas w jakim fala pierwotna lub odbita pokonuje całą długość  $l$  linii długiej, czyli

$$\tau = \frac{l}{v} \quad (9)$$

### 5.3. Współczynnik tłumienia

Tamowność jednostkowa linii długiej ze stratami dana jest wzorem:

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta \quad (10)$$

natomiast linii bez strat:

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} = j\beta \quad (11)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \alpha &- \text{współczynnik tłumienia} \quad (\text{dla linii bez strat wynosi } 0) \\ \beta &- \text{współczynnik przesunięcia} \quad (\text{dla linii bez strat wynosi } \omega\sqrt{LC}) \end{aligned}$$

Wielkości  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $Z_C$  decydują o parametrach fal napięcia i prądu w linii długiej. Parametry falowe  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $Z_C$  zależą od parametrów jednostkowych linii długiej czyli od  $R$ ,  $L$ ,  $G$ ,  $C$  oraz od częstotliwości.

Z zależności (10) wyznaczamy współczynniki tłumienia i przesuwności :

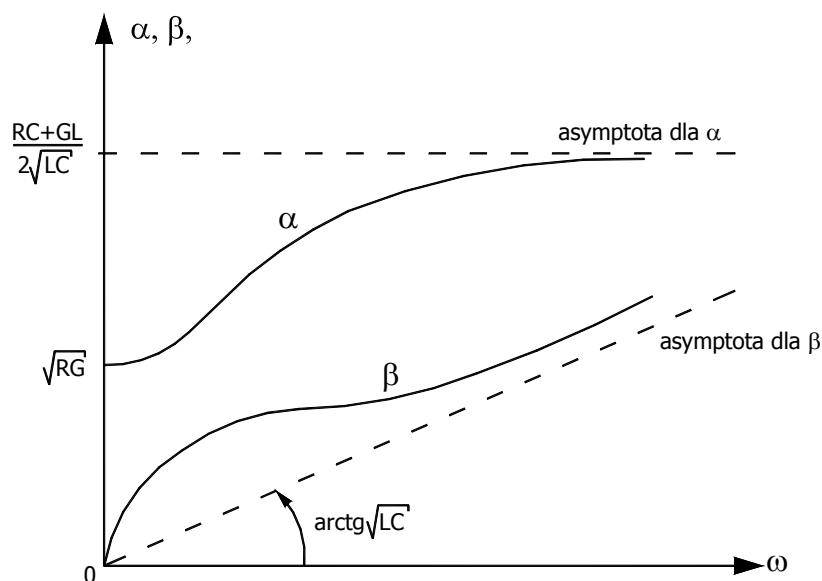
$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}(\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \sqrt{G^2 + (\omega C)^2} + RG - \omega^2 LC)} \quad (12)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2}(\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \sqrt{G^2 + (\omega C)^2} - RG + \omega^2 LC)} \quad (13)$$

$$\alpha_{\omega=0} = \sqrt{RG} \quad \beta_{\omega=0} = 0 \quad (14)$$

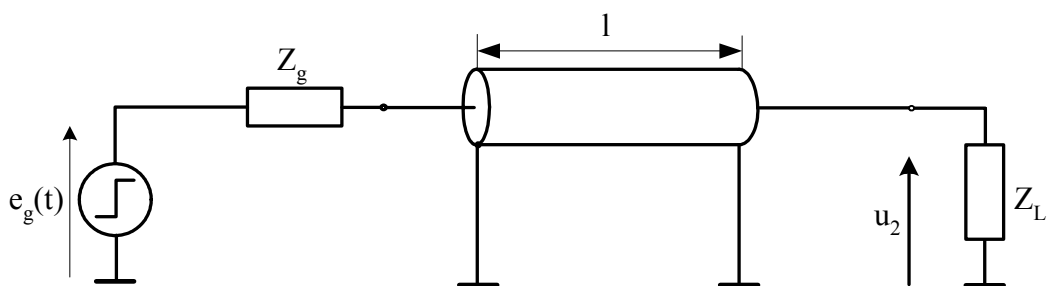
$$\alpha_{\omega \rightarrow \infty} = \frac{RC + GL}{2\sqrt{LC}} \quad \beta_{\omega \rightarrow \infty} = \sqrt{LC} \quad (15)$$

Graficzna prezentacja współczynników  $\alpha$  i  $\beta$  w funkcji  $\omega$  została przedstawiona na rys.3



Rys.3 Przebieg stałych  $\alpha$ ,  $\beta$  w funkcji pulsacji

### 5.5 Współczynnik odbicia



Rys.4 Przykład linii długiej o impedancji falowej  $Z_0$  zasilanej z generatora  $e_g$ , o impedancji wejściowej  $Z_g$  i obciążonej impedancją  $Z_L$ .

Dla podanego przykładu definiujemy:

$$\Gamma_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0} \text{ współczynnik odbicia na wejściu linii} \quad (16)$$

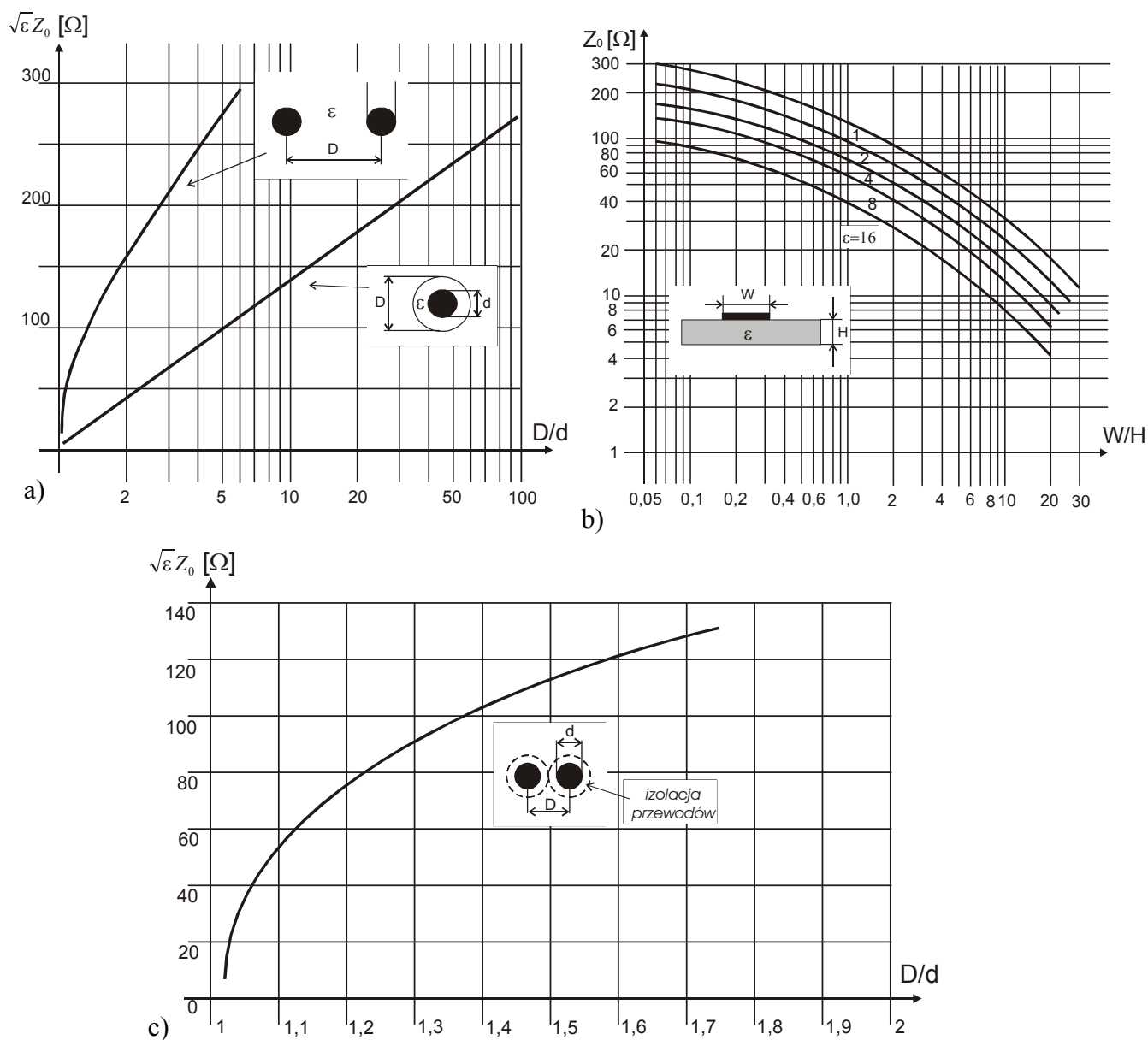
$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \text{ współczynnik odbicia na wyjściu linii} \quad (17)$$

## 5. Rodzaje linii długiej

Linie długie stosowane w technice impulsowej to głównie odcinki giętkiego kabla współosiowego oraz tzw. linie paskowe, utworzone z płaskich ścieżek przewodzących, umieszczonych na powierzchni dielektryku. Niekiedy używane są też skręcone linie symetryczne dwuprzewodowe (tzw. skrętki) i współosiowe linie sztywne typu falowodowego.

Kable giętkie są najczęściej wykorzystywane wtedy, gdy wymagana jest stosunkowo duża odległość (opóźnienie) linii, rzędu kilku lub kilkudziesięciu metrów. Przy niewielkich opóźnieniach wygodniejsze w zastosowaniu są linie paskowe, wykonywane techniką

obwodów drukowanych na dwustronnych laminatach z żywic epoksydowych lub teflonu. Linie dwuprzewodowe natomiast stosuje się zwykle w urządzeniach o niezbyt wysokich parametrach użytkowych lub jako uzwojenia transformatorów o stałych rozłożonych.



Rys.5 Zależność impedancji charakterystycznej linii długich od wymiarów geometrycznych.  
 a) Linia współosiowa i linia dwuprzewodowa symetryczna, b) linia paskowa, c) linia dwuprzewodowa symetryczna – wykres dla małych wartości stosunku odległości pomiędzy przewodami do ich średnicy.



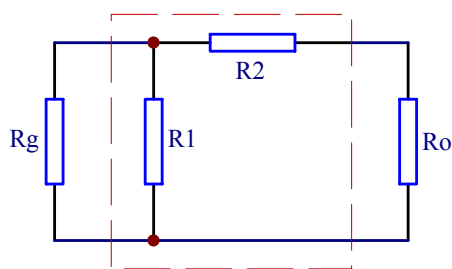
Warto zwrócić uwagę, że użyteczny zakres  $Z_0$  zamyka się w granicach 30 – 300  $\Omega$ . Standardowe kable współosiowe mają  $Z_0=50 \Omega$  lub, rzadziej, 75  $\Omega$ .

Opóźnienie jednostkowe powszechnie stosowanych linii nie przekracza zwykle 5 ns/m. Ta stosunkowo mała wartość wynika z szybkości rozchodzenia się fal elektromagnetycznych w linii. Układy kształtujące z liniami długimi mogą mieć zastosowanie jedynie w technice szybko narastających i krótkich impulsów, tzw. technice nanosekundowej.

Stratność linii zależy w głównej mierze od jakości materiałów i sposobu wykonania. Źródłem strat może być zarówno rezystancja przewodników, jak i upływność dielektryku, przy czym wartość strat rośnie z częstotliwością – np. wskutek efektu naskórkowości. W praktyce, linia wysokiej jakości, z dielektrykiem teflonowym i srebrzonymi przewodnikami, może być traktowana jako bezstratna w pasmie do kilku GHz, jeżeli jej długość nie przekracza kilkunastu metrów. Linie paskowe na laminatach epoksydowych są znacznie gorsze – straty są zauważalne już przy długości rzędu kilkunastu cm.

## 6. Realizacja czwórnika $\Gamma$ dopasowującego generator do linii długiej

Często w praktyce rezystancja generatora nie jest równa impedancji falowej przewodu, dlatego by dopasować generator do linii długiej stosuje się czwórniki dopasowujące. Przykład czwórnika dopasowującego przedstawiono na rys. 6.



Rys. 6 Czwórnik dopasowujący  $\Gamma$

Wartości rezystancji  $R_1$  oraz  $R_2$  można obliczyć z poniższego układu równań przy znanych wartościach  $R_g$  oraz  $R_0$ :

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= R_2 + \frac{R_g R_1}{R_g + R_1} \\ R_g &= \frac{(R_2 + R_0) R_1}{R_2 + R_1 + R_0} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

gdzie:

- $R_g$  – rezystancja generatora
- $R_0$  – rezystancja obciążenia
- $R_1, R_2$  – rezystancje czwórnika  $\Gamma$

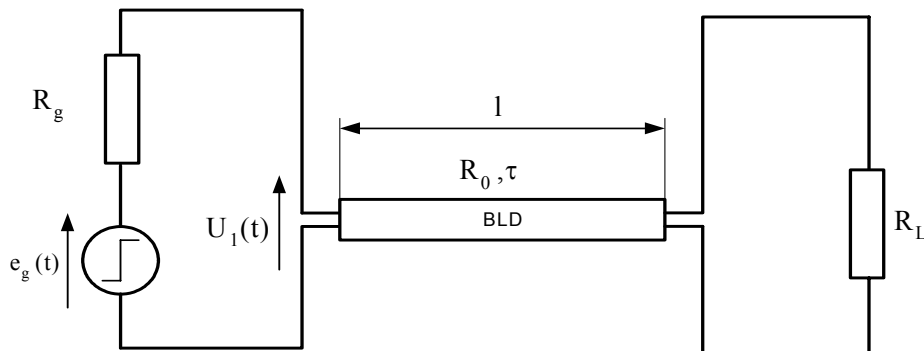
## 7. Graficzna metoda analizy stanów nieustalonych (metoda Bergerona)

Graficzna metoda wykresów Bergerona ma szczególne znaczenie dla analizy układów impulsowych o stałych rozłożonych. Polega ona na bezpośrednim wykorzystaniu zasady superpozycji fal wędrujących w linii. Za pomocą wykresów Bergerona można określić przebiegi prądu i napięcia na końcach linii jak również w dowolnym jej punkcie. Możliwe jest uzyskanie rozwiązania przy nieliniowym charakterze obciążenia linii jak i nieliniowym

charakterze źródła pobudzającego, jednak my zajmujemy się przypadkami liniowymi. Rozważania ograniczymy do wyznaczenia odpowiedzi napięciowej na początku i na końcu przy różnym obciążeniu.

### 8.1. Wyznaczenie odpowiedzi linii długiej na skok jednostkowy

Rozważmy bezstratną linię długą (BLD) przedstawioną na rys. 7



Rys.7 Bezstratna linia długa o długości  $l$  i czasie propagacji  $\tau$ , sterowana ze źródła napięcia  $e_g(t)$  o rezystancji wejściowej  $R_g$ ,  $R_L$  – rezystancja obciążenia

#### Dane:

$$e_g(t) = U_m 1(t)$$

$$R_g, R_0, R_L$$

#### Szukane:

$$U_1(t), U_2(t)$$

#### Rozwiązanie:

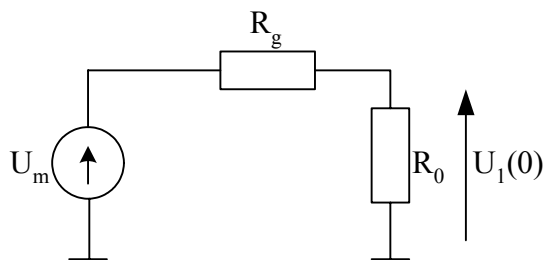
Współczynniki odbicia na początku i końcu linii długiej (odpowiednio  $\rho_g$  i  $\rho_L$ ) wynoszą:

$$\rho_g = \frac{R_g - R_0}{R_g + R_0} \quad (19a)$$

$$\rho_L = \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0} \quad (19b)$$

Odcinek linii od momentu pobudzenia do chwili powrotu fali odbitej od końca ( $0 < t < 2\tau$ ) obciąża źródło  $e_g(t)$  jako rezystancja równa  $R_0$

Schemat zastępczy dla  $t = 0$  przedstawia rys. 8



Rys.8 Schemat zastępczy obwodów wejściowych linii długiej z rys.7 dla czasu  $t = 0$ .

Stąd:

$$U_1(0) = U_m \frac{R_0}{R_0 + R_g} = U_0 \quad (20)$$

Fala napięciowa o amplitudzie  $U_0$  wędruje ku obciążeniu. W czasie od 0 do  $\tau$  napięcie na wyjściu linii długiej wynosi 0. Po czasie  $t = \tau$  fala dociera do obciążenia, gdzie następuje jej odbicie ze współczynnikiem odbicia  $\rho_L$ . Amplituda napięcia na końcu linii długiej jest superpozycją fali padającej i odbitej stąd:

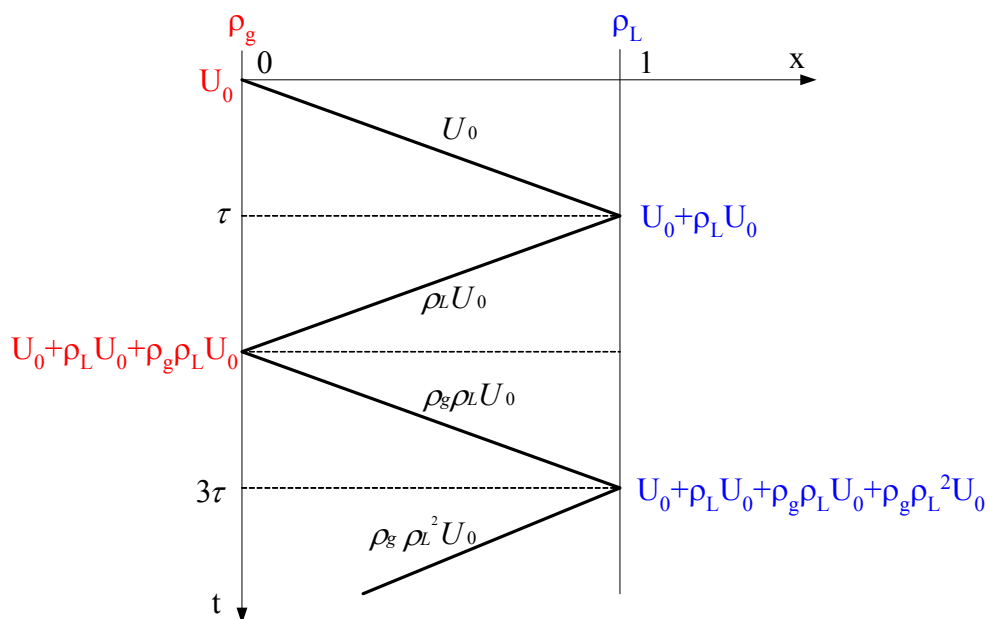
$$U_2(\tau) = U_0 + \rho_L U_0 \quad (21)$$

Na wejściu linii długiej amplituda napięcia wynosi  $U_0$  aż do chwili kiedy fala odbita od końca ( $\rho_L U_0$ ) dotrze do początku linii długiej. Wówczas do napięcia  $U_0$  doda się superpozycje fali padającej i odbitej:

$$U_1(2\tau) = U_0 + \rho_L U_0 + \rho_g \rho_L U_0 \quad (22)$$

Fala odbita od początku linii długiej ( $\rho_g \rho_L U_0$ ) biegnie ku jej końcowi, itd.

Powyższe rozważania można przedstawić na wykresie



Rys.9 Schemat rozchodzenia się fali w odcinku fali długiej.

Oś pionowa jest osią czasu, oś pozioma jest osią odległości. Napięcia dla  $x = 0$  (kolor czerwony) oznaczają napięcia na początku linii długiej w funkcji czasu, natomiast napięcia dla  $x = l$  oznaczają napięcia na końcu linii długiej w funkcji czasu (kolor niebieski).

W oparciu o powyższy wykres wyznaczamy napięcie na początku i końcu linii długiej w funkcji czasu.

$$U(0,t) = 1(t)U_0 + 1(t-2\tau)U_0(1+\rho_L\rho_g) + 1(t-4\tau)U_0(1+\rho_L\rho_g + \rho_L^2\rho_g^2) + \dots$$

$$U(l,t) = 1(t-\tau)U_0(1+\rho_L) + 1(t-3\tau)U_0(1+\rho_L\rho_g + \rho_L^2\rho_g^2) + \dots$$

## 8.2. Wyznaczenie odpowiedzi linii długiej na impuls prostokątny oraz falę prostokątną

Wyznaczenie odpowiedzi linii długiej na skok jednostkowy zostało opisane powyżej, teraz zajmiemy się odpowiedzią na impuls prostokątny.

Rozważmy układ z rys. 7:

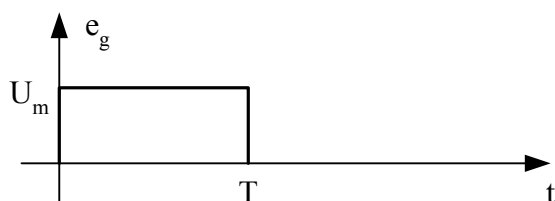
**Dane:**

$R_g, R_0, R_L$

**Szukane:**

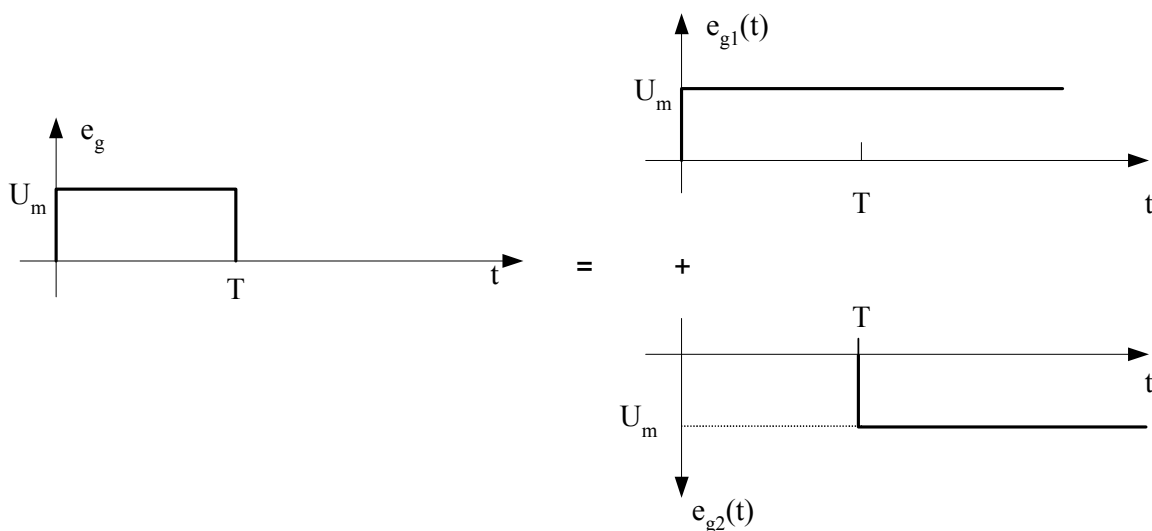
$U_1(t)$

$U_2(t)$



**Rozwiązanie:**

Postępowanie w tym przypadku jest bardzo podobne do wcześniejszego z tą różnicą, że impuls prostokątny jest złożeniem dwóch skoków jednostkowych przesuniętych względem siebie (rys.10).



Rys.10 Sposób przedstawienia impulsu prostokątnego za pomocą superpozycji dwóch skoków jednostkowych.

Zatem:

$$e_g(t) = U_m 1(t) - U_m 1(t - T) \quad (23)$$

Aby wyznaczyć napięcie na początku i na końcu linii przy impulsie pobudzającym prostokątnym na wejściu należy wyznaczyć oddzielnie odpowiedzi linii długiej na dwa skoki jednostkowe a następnie je zsumować odpowiednio dla wejścia i wyjścia.

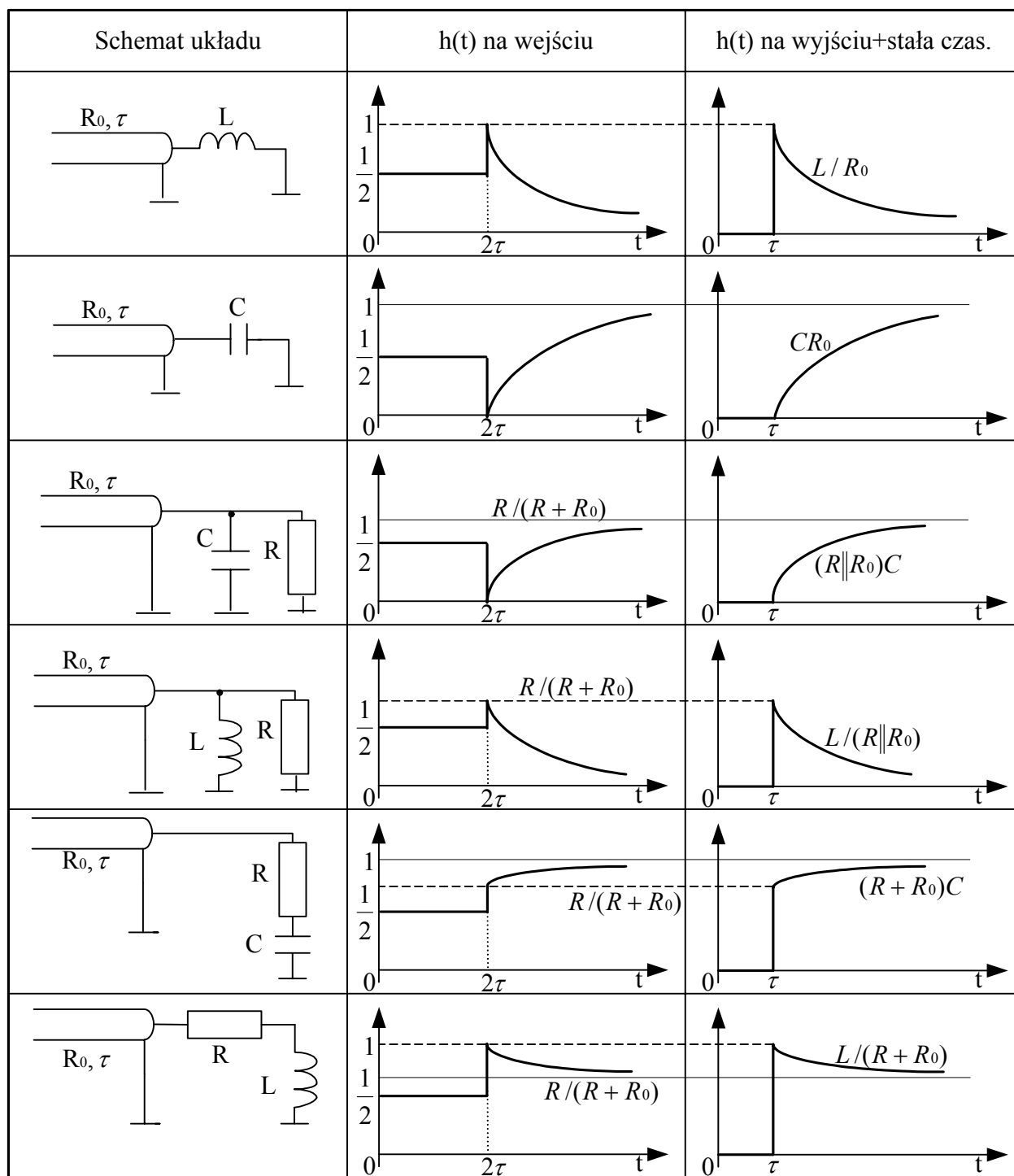
W przypadku fali prostokątnej postępowanie jest takie samo z uwzględnieniem tego, że fala prostokątna jest złożeniem wielu impulsów prostokątnych. Rozwiązanie takie można znacznie uprościć jeśli odpowiedź w linii ustala się po czasie mniejszym od czasu trwania impulsu w stanie niskim i wysokim.

### ***8.3. Kształt napięcia na końcach linii bezstratnej pobudzonej skokiem jednostkowym, obciążonej dwójnikiem o charakterze reaktancyjnym przy dopasowaniu na wejściu.***

W układach impulsowych o stałych rozłożonych dąży się zwykle do tego, aby odcinek linii był obu- lub przynajmniej jednostronnie dopasowany. Dzięki temu osiągnięcie stanu ustalonego zachodzi w czasie nie dłuższym niż  $2\tau$ . Z tych samych względów dąży się do zapewnienia rzeczywistego charakteru obciążenia i źródła.

Nigdy jednak nie jest możliwe całkowite uniknięcie wpływu elementów reaktancyjnych. Warto więc choćby w zarysie wiedzieć, jakie przebiegi powstają w wyniku obciążenia linii tymi elementami.

Typowe kształty przebiegów napięcia na obu końcach linii dopasowanej na wejściu i obciążonej na wyjściu różnymi dwójnikami o charakterze reaktancyjnym przedstawione powyżej nasuwają kilka wniosków przydatnych w intuicyjnym wykreślaniu odpowiedzi czasowych linii pobudzonej napięciem skokowym. Otóż zasady „czoła i grzbietu” mogą być stosowane z powodzeniem i tutaj. Można np. określić wartość współczynnika odbicia  $\rho_L$  dla czoła (indukcyjność – rozwarcie, pojemność – zwarcie) i dla grzbietu (na odwrót). Ustalanie się napięcia zachodzi wykładniczo, przy czym stałą czasową oblicza się przy założeniu, że rezystancja wyjściowa linii długiej jest równa  $R_0$  (czyli jej impedancji falowej). Pomocne jest również stwierdzenie, że na kształt napięcia na wyjściu linia nie ma wpływu – tzn. byłoby ono takie samo bez linii tylko nie opóźnione o  $\tau$ . Na wejściu przebieg napięcia jest zawsze sumą impulsu prostokątnego o amplitudzie równej połowie wartości maksymalnej i czasie trwania  $2\tau$  oraz przebiegu wyjściowego opóźnionego o  $\tau$ .

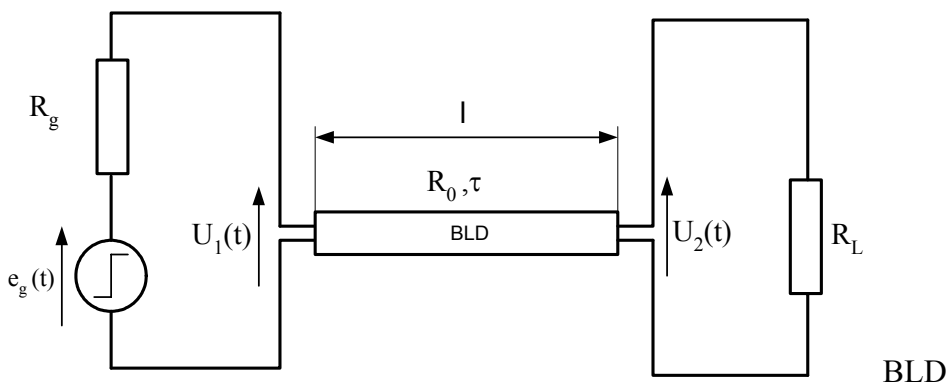


Rys. 11 Kształt napięcia na końcu bezstratnej linii długiej pobudzonej skokiem jednostkowym ze źródła napięcia o rezystancji  $R_0$  obciążonej dwójnikiem o charakterze reaktancyjnym przy dopasowaniu linii na wejściu.

## 8. Przykładowe zadania

### Zadanie 1

BLD



Dane:

$$R_g = 50 \Omega$$

$$R_L = 300 \Omega$$

$$R_0 = 100 \Omega$$

$$l = 10 \text{ cm}$$

$$v = 10^6 \text{ m/s}$$



**Szukane:**

$U_1(t)$ ,  $U_2(t)$  dla  $t = 0 \dots 5\tau$

**Rozwiązanie:**

Współczynniki odbicia na początku i końcu linii długiej:

$$\rho_L = \frac{300 - 100}{300 + 100} = \frac{1}{2}$$

$$\rho_g = \frac{50 - 100}{50 + 100} = -\frac{1}{3}$$

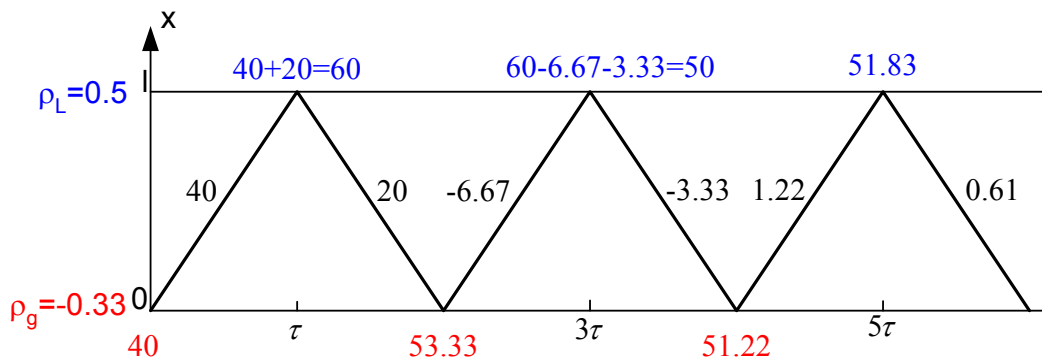
Czas propagacji linii:

$$\tau = l/v = 0,1 \mu\text{s}$$

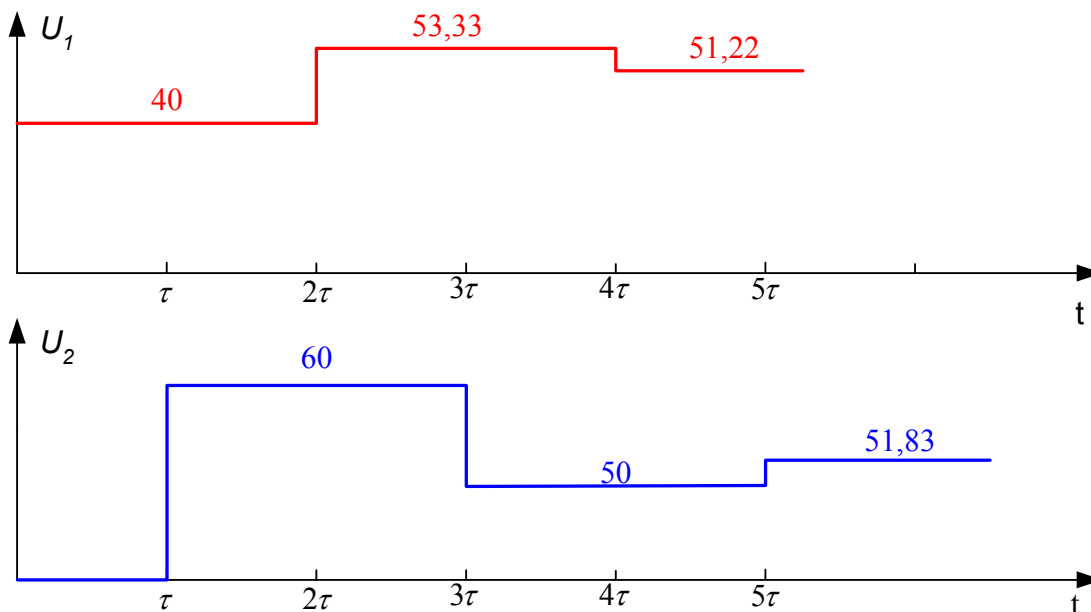
Amplituda napięcia dla  $t=0$

$$U_0 = 60 \frac{100}{100 + 50} = 40V$$

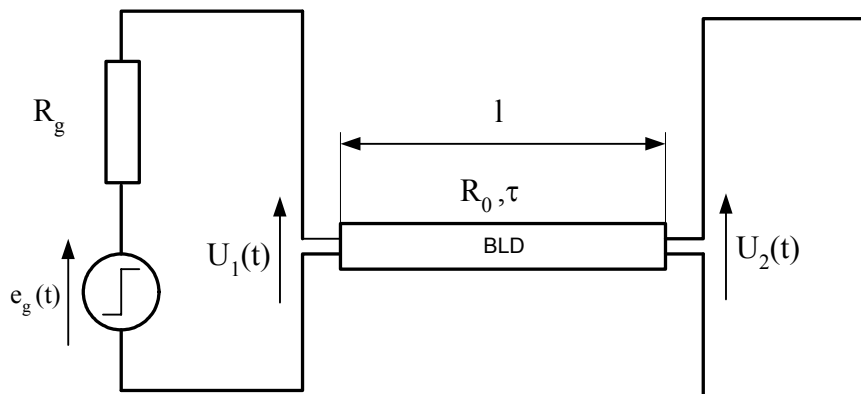
Schemat rozchodzenia się fali w linii



Obydwa napięcia na wejściu i na wyjściu linii długiej przedstawiają poniższe rysunki:

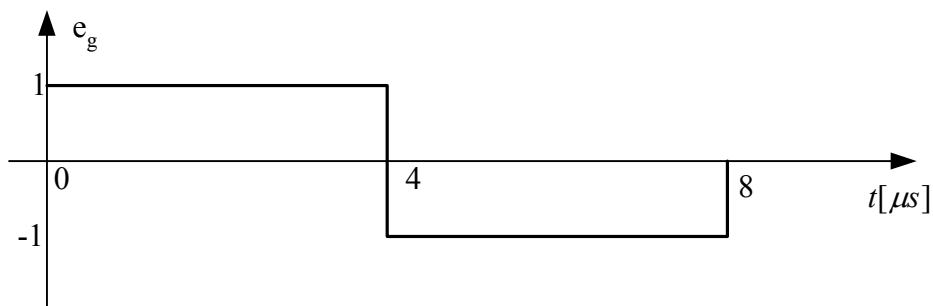


**Zadanie 2**



**Dane:**

- $R_L = \infty$
- $R_g = R_0$
- $l = 100 \text{ cm}$
- $v = 10^6 \text{ m/s}$





**Szukane:**

$$U_1(t)$$

$$U_2(t)$$

**Rozwiązanie:**

Współczynniki odbicia:

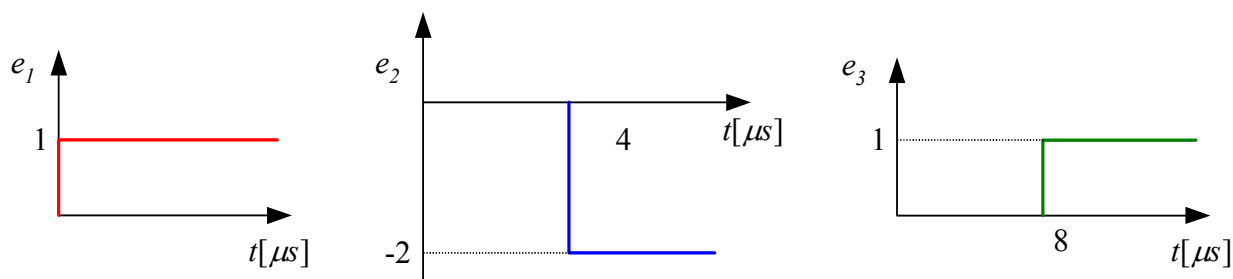
$$\rho_L = \frac{\infty - R_0}{\infty + R_0} = 1$$

$$\rho_g = 0$$

Stała czasowa:

$$\tau = l/v = 1 \mu s$$

Powyższe impulsy zastąpimy superpozycją trzech skoków jednostkowych



$$e_g = e_1 + e_2 + e_3$$

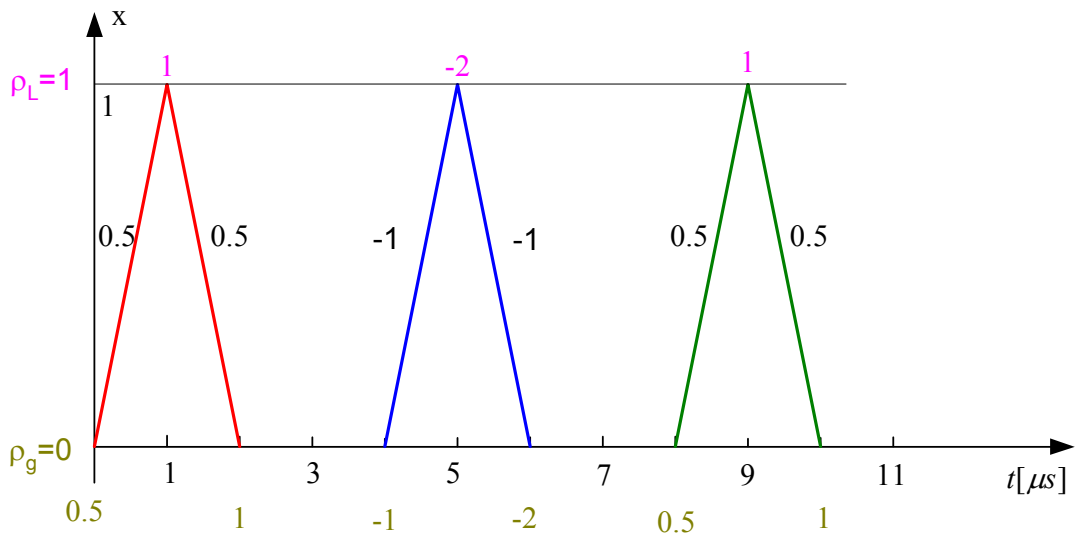
Wartości napięć na wejściu linii w chwili pobudzenia linii przez daną składową wynoszą odpowiednio:

$$U_{10} = 1 \cdot \frac{R_0}{R_0 + R_g} = \frac{1}{2}$$

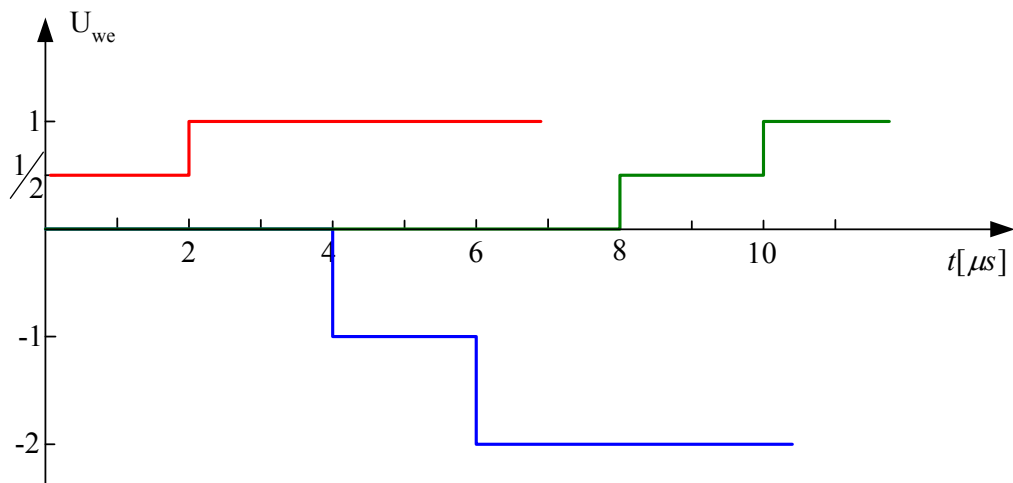
$$U_{20} = -2 \cdot \frac{1}{2} = -1$$

$$U_{30} = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

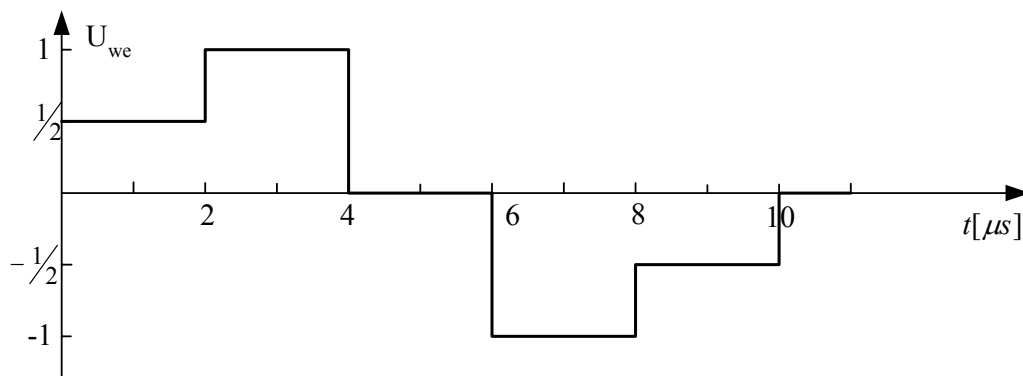
Schemat rozchodzenia się fal w linii dla każdego z trzech powyższych skoków jednostkowych:



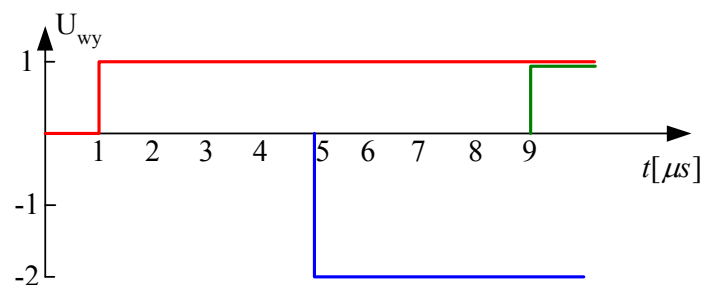
Odpowiedź linii długiej na wejściu dla poszczególnych skoków jednostkowych



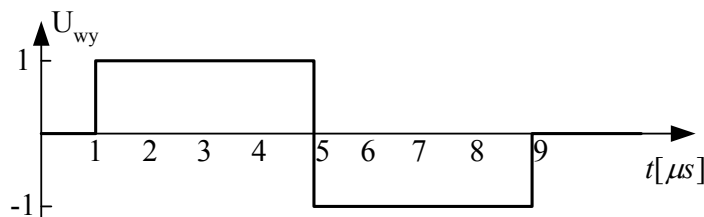
Zatem napięcie na wejściu będzie miało przebieg postaci



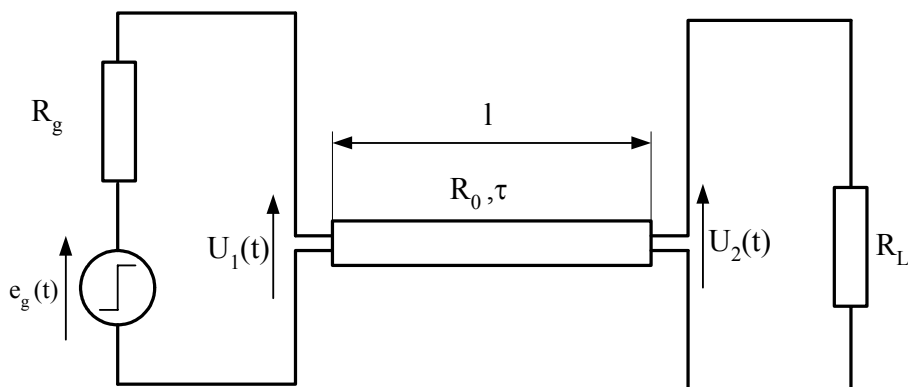
Odpowiedź linii długiej na wyjściu dla poszczególnych skoków jednostkowych



Zatem napięcie na wyjściu będzie miało przebieg postaci



### Zadanie 3



#### **Dane:**

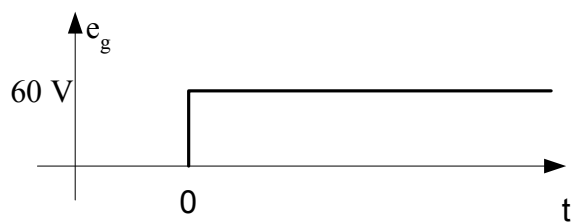
$$R_g = R_0 = 100 \Omega$$

$$R_L = 50 \Omega$$

$$\alpha = 0,3 \text{ dB/m}$$

$$l = 10 \text{ m}$$

$$v = 10^6 \text{ m/s}$$



#### **Szukane:**

$U_2(0 \dots 5\tau)$  i  $U_1(0 \dots 5\tau)$

#### **Rozwiązanie:**

Współczynniki odbicia na początku i końcu linii długiej zgodnie z wzorami 19a i 19b:

$$\rho_g = \frac{R_g - R_0}{R_g + R_0} = 0$$

$$\rho_L = \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0} = -1/3$$

Tłumienie i stała czasowa linii:

$$\alpha = 0,3[\text{dB}/\text{m}]10[\text{m}] = 3[\text{dB}] \Leftrightarrow \alpha \cong \sqrt{2}$$

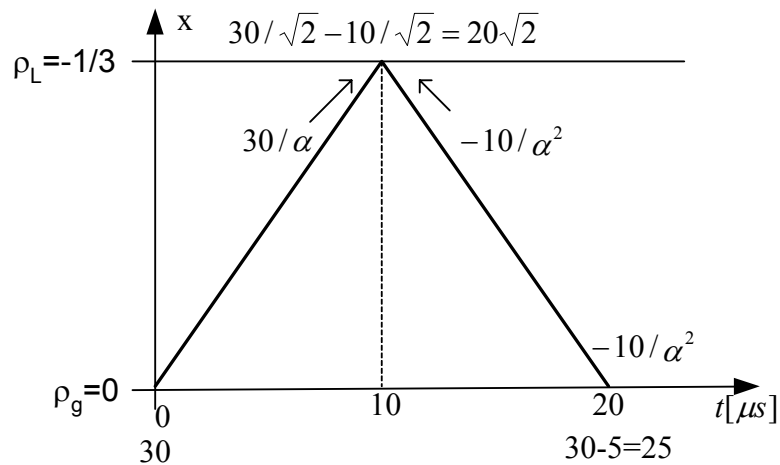
$$\tau = l/v = 10\mu\text{s}$$

Zatem po czasie  $\tau$  amplituda napięcia będzie stłumiona  $\sqrt{2}$  raza.

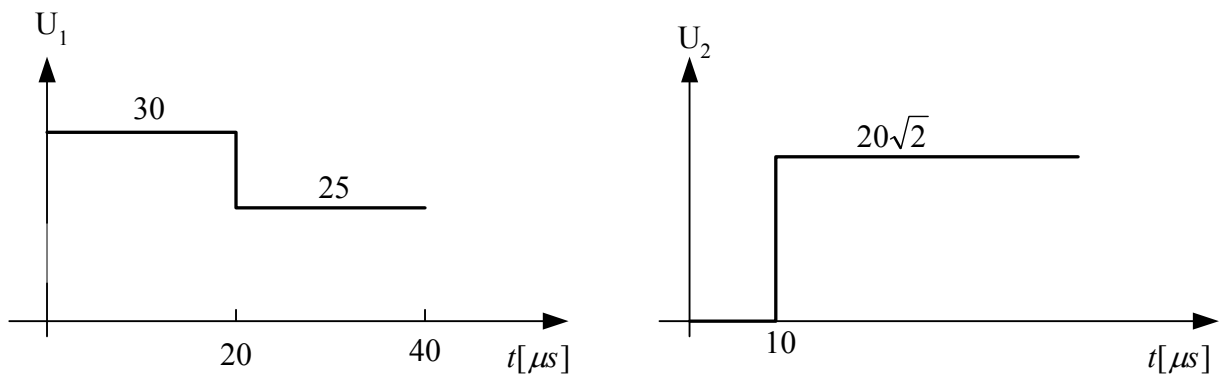
Teraz zgodnie z przedstawioną w rozdziale 8 metodą przeprowadzamy dalsze obliczenia:

$$U_{we} = \frac{R_0}{R_g + R_0} e_g = \frac{1}{2} 60V = 30V$$

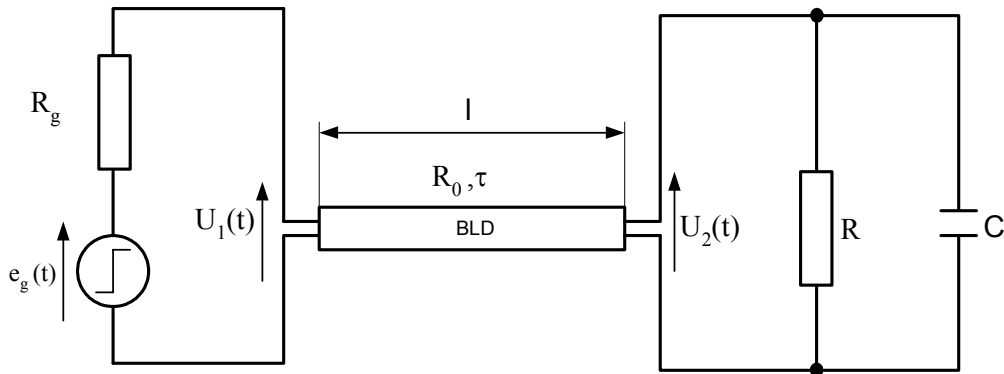
Schemat rozchodzenia się fali w linii:



W oparciu o powyższy wykres wyznaczmy napięcia na wejściu i wyjściu linii długoj.  $30/\sqrt{2}$  oraz  $-10/\sqrt{2}$  oznaczają odpowiednio amplitudy napięcia padającego i odbitego od końca linii. Zgodnie z rysunkiem fala odbita na wyjściu powraca na wejście stłumiona 2-krotnie ale nie odbije się dalej ponieważ  $\rho_g = 0$ . Stąd poniższe odpowiedzi:



**Zadanie 4**



**Dane:**

- $R_g = R_0 = 100 \Omega$
- $R = 300 \Omega$
- $C = 200 \text{ pF}$
- $l = 10 \text{ cm}$
- $v = 10^6 \text{ m/s}$



**Szukane:**

- $U_1(t)$
- $U_2(t)$

**Rozwiązanie:**

Na początku należy policzyć współczynniki odbicia na początku i końcu linii długiej:  $\rho_g = 0$   
 Współczynnik odbicia od końca linii różni się w zależności czy liczymy go dla czoła czy dla grzbietu impulsu:

- dla grzbietu  $\rho_L = 1/2$
- dla czoła  $\rho_L = -1$

Stała czasowa obciążenia:

$$\tau = (R \parallel R_0)C = \frac{300 \cdot 100}{300 + 100} 200 \cdot 10^{-12} = 75 \cdot 200 \cdot 10^{-12} = 15 \cdot 10^{-9} = 15 \text{ ns},$$

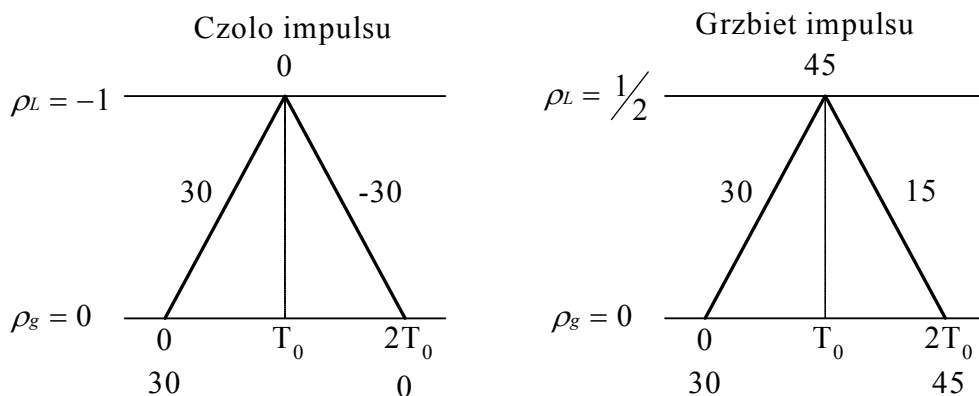
oraz opóźnienie linii:

$$T_0 = \frac{l}{v} = \frac{0,1}{10^6} = 100 \text{ ns}.$$

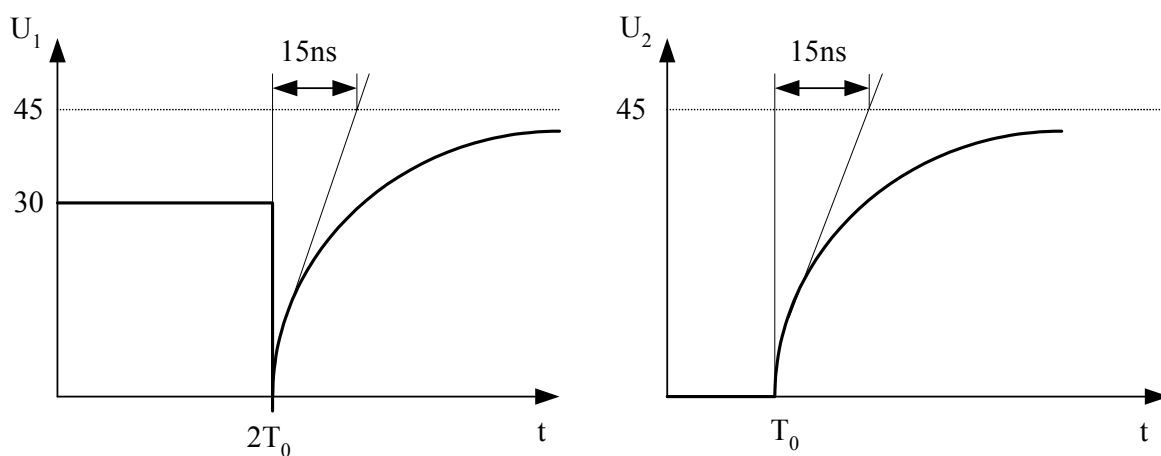
Amplituda napięcia na wejściu linii w chwili  $t = 0$ :

$$U_0 = e_g \frac{R_0}{R_g + R_0} = 60 \cdot \frac{1}{2} = 30$$

Schemat rozchodzenia się czoła impulsu i grzbietu impulsu w linii:



W oparciu o powyższe wykresy wyznaczmy napięcia na wejściu i wyjściu linii długiej. Teraz wyznaczamy napięcie na wyjściu linii długiej dla czoła i grzbietu:



### 10. Literatura

1. Wojciech Nowakowski – „Układy impulsowe”
2. Stanisław Sławiński – „Technika impulsowa”