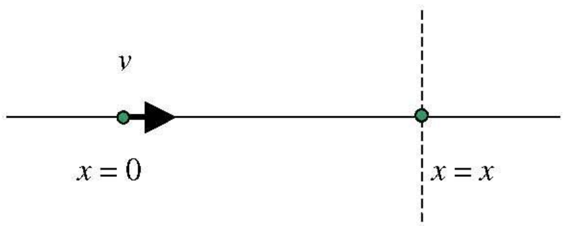
Zasada nieoznaczoności

W fizyce klasycznej zakładamy, że każdy pomiar może być wykonany z dowolną dokładnością. Nie oznacza to, że tak jest w praktyce, oznacza to jedynie że nie ma żadnych teoretycznych ograniczeń na dokładność pomiaru.
A jak jest w świecie mechaniki kwantowej? Przeanalizujmy taki eksperyment. Wyznaczamy położenie cząstki nieruchomej przy pomocy cząstki ruchomej, która się z nią zderza. Zakładamy, że znamy parametry toru cząstki pomiarowej, położenie cząstki nieruchomej określa moment zderzenia (huk, błysk?)

(1) metoda klasyczna



jeżeli zderzenie nastąpiło po czasie t cząstka nieruchoma była w odległości $x = v\,t$

(2) fizyka kwantowa

podobnie jak wyżej zderzenie następuje po czasie t, jednak sam moment zderzenia jest nieokreślony ponieważ cząstka nie jest już tylko cząstką ale także falą, a więc jest rozmyta

jeżeli założymy, że rozmiary cząstki (która jest paczką falową) są rzędu ½ długości fali, dokładność momentu zderzenia jest równa

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2} = \frac{h}{2\,p} \qquad (1)$$

gdzie

$$p = mv \qquad (2)$$

jest pędem cząstki

widać stąd, że pomiar jest nie dokładny, możemy jednak zwiększać pęd cząstki i poprawiać wynik

jednak jak się przyjrzymy temu dokładnie odkryjemy paradoks

przecież cząstka poruszająca się przekazuje cząstce nieruchomej swój pęd w czasie zderzenia, a to oznacza że poprawiamy dokładność Δx wyposażając cząstkę mierzoną w przyrost pędu Δp

przyjmując, że

$$\Delta p = p = mv \tag{3}$$

widzimy, że z (1) wynika

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2} \tag{4}$$

użyliśmy nierówności słabej, zaznaczając w ten sposób, że może być tylko gorzej niż lepiej.

(3) szczególnie wnikliwą analizę na ten temat przeprowadził W. Heisenberg w 1927 r.

ograniczenie możliwości jednoczesnego pomiaru położenia i pędu jest nieco mniejsze

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \tag{5a}$$

lub, co łatwiej zapamiętać

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \tag{5b}$$

zasada nieoznaczoności ma znacznie głębszy sens, niż formuła na ograniczenie dokładności pomiarów, mówi ona, że:

związki nieoznaczoności wyznaczają granicę, poza którą nie można przenosić pojęć fizyki klasycznej

w takiej samej roli jak położenie x i pęd p występują inne zmienne dynamiczne, np.:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \tag{6}$$

gdzie Δt jest dokładnością pomiaru czasu

$$\Delta n \cdot \Delta \varphi \geq \frac{1}{2} \tag{7}$$

gdzie Δn jest dokładnością pomiaru ilości fotonów w oscylatorze a $\Delta \varphi$ dokładnością pomiaru jego fazy

(4) wszystkie przedstawione powyżej formuły zasady nieoznaczoności mają swoje źródło w falowej naturze materii i własnościach transformaty Fouriera

ponieważ wszystko jest falą

$$\psi(x,t) = Ae^{i(kx-\omega t)} \tag{8}$$

opis dynamiczny zjawisk w mechanice kwantowej sprowadza się do analizy zjawisk oscylacyjnych

$$e^{ikx} \quad \text{lub} \quad e^{i\omega t} \tag{9}$$

transformata Fouriera przenosi zagadnienia z dziedziny oryginałów x lub t do dziedziny transformat k i ω

$$f(x) \leftrightarrow f(k) \qquad \text{lub} \qquad f(t) \leftrightarrow f(\omega) \tag{10}$$

jedną z własności, którą spełniają oryginały i transformaty Fouriera jest zasada nieoznaczoności

która mówi, że miary szerokości funkcji w dziedzinie czasu (impulsów) są powiązane z szerokościami ich transformat (widm) zależnością

$$\Delta\omega \cdot \Delta t \geq 2\pi \,, \tag{11}$$

lub formułą bardziej znana w teorii informacji

$$\Delta f \cdot \Delta t \geq 1 \tag{12}$$

korzystając z (12) można z łatwością wyprowadzić (5) i inne związki (tak postąpił Heisenberg)