

Powstanie mechaniki kwantowej - promieniowanie ciała doskonale czarnego

- (1) Co było motywem podjęcia przez Plancka badań nad promieniowaniem ciała doskonale czarnego?

w końcu XIX w pozostał nie rozwiązany problem wyprowadzenia prawa promieniowania ciała doskonale czarnego z pierwszych zasad fizyki

w tym czasie dysponowano bardzo dokładnymi pomiarami, których nie wyjaśniała żadna teoria

w szczególności znane było prawo Wiena formułowane przy użyciu różnych formuł

$$\lambda_m T = C_\lambda \quad (1a)$$

lub

$$\omega_m = C_\omega T \quad (1b)$$

lub

$$f_m = C_f T \quad (1c)$$

w zależności od tego jakich miar barwy światła używano

prawo Wiena dawało odpowiedź na jakiej długości fali występuje maksimum emisji promieniowanie termiczne, np. dla Słońca które ma $T \approx 6000$ K było to światło zielone

- (2) Co było rewolucyjnego w pracy Plancka opisującej promieniowanie ciała doskonale czarnego?

w klasycznej fizyce statystycznej znana była zasada ekwipartycji energii cząstek sprowadzająca się do formuły: każdy zdolny do gromadzenia energii układ gromadzi w równowadze termodynamicznej w jednym stopniu swobody energię $1/2 kT$

Planck rozważał oscylatory elektromagnetyczne jako źródła promieniowania, wiedział że oscylator ma 2 stopnie swobody, a więc powinien średnio gromadzić energię

$$E = kT \quad (2)$$

pokazał, że aby poprawnie opisać promieniowanie ciała doskonale czarnego trzeba założyć, że powyższy „kwant termodynamiczny energii” zależy nie tylko od temperatury, ale także od częstotliwości (szczegóły wyprowadzenia można znaleźć w dodatku 2)

$$E = \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \quad (3)$$

oznaczało to, że wszystkie klasyczne rachunki termodynamiczne muszą być na nowo wykonane (dlatego dalej będziemy się zajmować tzw. statystykami kwantowymi)

zależność E od częstotliwości nie powinna nas dziwić, gdyż wiemy że wszystkie obiekty mają własności falowe

zauważmy, że nowa formuła spełnia zasadę korespondencji Bohra, gdy $h \rightarrow 0$ $\hbar\omega \ll kT$ i wówczas otrzymujemy starą formułę (2)

$$E \approx kT$$

(3) jak wygląda formuła Plancka?

przedstawiamy ją poniżej dla przypadku źródła izotropowego, ujmuje ona gęstość spektralną (moc w funkcji częstotliwości) promieniowania

$$S(\omega, T) = \frac{2\hbar\omega^3}{\pi c^2} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \quad [\text{W/m}^2 \text{ Hz}] \quad (4a)$$

lub

$$S(f, T) = \frac{8\pi f^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \quad [\text{W/m}^2 \text{ Hz}] \quad (4b)$$

formuły (4) całkowane po całym zakresie częstotliwości dają formułę Stefana-Boltzmana (tzw. jasność)

$$B(T) = \sigma T^4 \quad [\text{W/m}^2] \quad (5)$$

formuła ta jest bardzo ściśle spełniona dla Słońca i gwiazd, także dla kosmicznego promieniowania tła

formuły (4) i (5) mają liczne zastosowania w fizyce i technice

Planck wyliczył również stałe Wiena, zróżniczkował powyższe formuły względem ω (lub f) i przyrównując pochodne do zera obliczył maksima emisji

stąd dostał

$$\lambda_m T = C_\lambda \quad C_\lambda = \frac{hc}{5k} \quad (6a)$$

lub

$$\omega_m = C_\omega T \quad C_\omega = \frac{5k}{\hbar} \quad (6b)$$

lub

$$f_m = C_f T \quad C_f = \frac{5k}{h} \quad (6c)$$

od tego czasu formuły te są stale stosowane