

1. Wiatr wiejący z szybkością  $V_0$  działa na żagiel o powierzchni  $S$  siłą  $F = \frac{1}{2} \cdot a S \zeta (V_0 - V)^2$  gdzie  $a$  – stała,  $\zeta$  – gęstość powietrza,  $V$  – szybkość żaglówki. Oblicz, dla jakiej szybkości żaglówki moc wiatru będzie maksymalna i ile będzie ona wynosić.
2. Prędkość kuli o masie  $m = 0,5$  kg opisuje wzór:  $v = 2t^2 + 1$ . Oblicz pracę wykonaną na przyspieszenie kuli w ciągu 2 pierwszych sekund ruchu.
3. Łódź podwodna o masie  $m$  z włączonymi silnikami porusza się ze stałą szybkością  $V_0$ . Znaleźć zależność szybkości łodzi od czasu po wyłączeniu silników, jeśli opory ruchu są proporcjonalne do prędkości  $F = -b \cdot V$ , gdzie  $b$  to stała zależna od doskonałości hydrodynamicznej łodzi. Oblicz jaką drogę przebędzie łódź.
4. Prom rozwijający na stojącej wodzie szybkość 2 m/s kursuje pomiędzy przystaniami leżącymi naprzeciwko siebie po obu stronach rzeki o szerokości 30 m. Oblicz szybkość prądu rzeki, jeżeli przeprawa przez rzekę trwa 1,5 min..
5. Dwa modele samochodów poruszają się po dwóch prostopadłych, prostoliniowych torach w kierunku ich przecięcia ze stałymi szybkościami  $V_1 = 5$  m/s i  $V_2 = 10$  m/s. W chwili początkowej pierwszy samochód znajdował się w odległości 20 m od skrzyżowania dróg, a drugi w odległości 50 m od skrzyżowania. Podaj wektor położenia pierwszego samochodu względem drugiego i oblicz, po jakim czasie odległość między modelami będzie najmniejsza.
6. Oblicz: a)  $2\mathbf{i} \times (-3\mathbf{j})$       b)  $2\mathbf{j} \cdot \mathbf{k}$     c)  $(-2\mathbf{k}) \cdot \mathbf{k}$     d)  $-2\mathbf{k} \times (-\mathbf{j})$     e)  $2\mathbf{k} \cdot (-\mathbf{i})$     f)  $(-2\mathbf{j}) \cdot \frac{1}{2}\mathbf{k}$     d) -  $2\mathbf{k} \times (-\mathbf{i})$
7. Dane są wektory  $\mathbf{A} = (x, y, 2)$ ;  $\mathbf{B} = (-2, 1, 1)$  oraz  $\mathbf{C} = (2, 2, -1)$ . a) Obliczyć  $y$  i  $z$  tak, by wektor  $\mathbf{A}$  był prostopadły do wektorów  $\mathbf{B}$  oraz  $\mathbf{C}$ . b) Obliczyć jaki kąt tworzą wektory  $\mathbf{B}$  i  $\mathbf{C}$ .
8. Siła  $\mathbf{F} = x - 3z$  zaczepiona do pewnego ciała w punkcie P (2,3,1) powoduje jego obrót wokół punktu R (1, -1, 1).
  - a. Oblicz wektor ramienia działającej siły.
  - b. Oblicz jaki kąt tworzy wektor siły z ramieniem siły.
  - c. Oblicz wartość momentu siły działającej na ciało.
9. Na ciało działa siła  $\mathbf{F} = 2(x^2 - y)\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ . Oblicz pracę wykonaną przez tę siłę na odcinku od punktu (0, 0) do punktu (3, 0), na drugim odcinku: od punktu (3, 0) do punktu (0, 4) i z powrotem do punktu (0, 0).
10. Punkt materialny o masie  $m = 0,5$  kg porusza się po trajektorii opisanej równaniem:
$$\mathbf{R}(t) = \mathbf{i}X_0 \sin \omega t + \mathbf{j}Y_0 \cos \omega t.$$
  - a) Przedstaw wektor przyspieszenia jako sumę przyspieszenia stycznego i dośrodkowego i wyprowadź wzory na te składowe wektora przyspieszenia w tym ruchu,
  - b) oblicz wartość prędkości punktu materialnego dla  $t = \pi/10$  s, jeżeli  $X_0 = 2$  m,  $Y_0 = 3$  m,  $\omega = 5$  rad/s.
  - c) oblicz wartości przyspieszeń – stycznego i dośrodkowego.